440. Για μια κατάθεση 100 € με ετήσιο επιτόκιο 12% και τριμηνιαίο ανατοκισμό, η ετήσια πραγματική απόδοση είναι :

α) 12,42% β) 12,55% γ) 13,02% δ) Καμία από τις απαντήσεις δεν είναι σωστή

Λύση
ΜΑ= $100(1+0,12/4)^4$= 112,5509 r= (112,5509-100/100)= 12,55%

441. Σε πόσα χρόνια η επένδυση των 300 € θα διπλασιασθεί αν το επιτόκιο επένδυσης είναι 9%;

α) 5 χρόνια β) 8 χρόνια γ) 21 χρόνια δ) 22 χρόνια

Λύση
$300(1+0,09)^n$= 600, n=8

442. Η αξία μιας κατάθεσης 100 € σε δύο έτη από σήμερα, με επιτόκιο 5%, καταβολή τόκων κάθε εξάμηνο και επανατοποθέτηση αυτών, είναι:

α) 110 € β) 105 € γ) 110,38 € δ) 116 €

Λύση
ΜΑ= $100(1+0,05/2)^{2X2}$ = 110,38

443. Σε πόσα χρόνια επένδυση 300 € θα γίνει 774 € αν το επιτόκιο επένδυσης είναι 9%;

α) 11 χρόνια β) 15 χρόνια γ) 20 χρόνια δ) 22 χρόνια

Λύση
$300(1+0,09)^n$ = 774, n=11

444. Ποια είναι η μελλοντική αξία μιας επένδυσης 1.000 € σε ένα πενταετές ομόλογο που πληρώνει τοκομερίδια στο τέλος κάθε έτους εάν το ονομαστικό επιτόκιό του είναι 4,5%;

α) 1.197,55 € β) 1.257,26 € γ) 1.246,18 €
δ) Καμία από τις απαντήσεις δεν είναι σωστή

Λύση
ΜΑ= $1.000(1+0,045)^5$ = 1.246,18

445. Ένας επενδυτής τοποθετεί το κεφάλαιό του 1.000 € σε μια τράπεζα με ετήσιο επιτόκιο 5%. Αν το κεφάλαιό του ανατοκίζεται ετησίως ποιο θα είναι το τελικό του κεφάλαιο (σε ευρώ) μετά από 3 χρόνια;

α) 1.576,25 € β) 1.157,62 € γ)1.426,75 € δ)1.212,85 €

Λύση
ΜΑ= 1.000 $(1+0,05)^3$ = 1.157,62

446. Επενδυτής τοποθετεί 10.000 € σε λογαριασμό με ετήσιο επιτόκιο 4,75%. Υπολογίστε τον τόκο που θα εισπράξει ο επενδυτής αν αποσύρει τα χρήματά του από τον λογαριασμό μετά από δύο μήνες (χρησιμοποιήστε 360 ημέρες τον χρόνο και 30 ημέρες τον μήνα):

α) 65,20 € β) 79,17 € γ) 82,13 € δ) 60,15 €

Λύση
Τόκος = 10.000*0,0475*60/360 = 79,17

448. Ποια είναι η παρούσα αξία 1 δις € που καταβάλλονται κάθε χρόνο, αιωνίως, αν εκτιμήσετε το διηνεκές προεξοφλητικό επιτόκιο στο 10%;

α) 1 δις € β) 10 δις € γ) 100 δις € δ) Καμία από τις απαντήσεις δεν είναι σωστή

Λύση
ΠΑ= 1δις/0,1 = 10 δις

449. Ποια είναι η παρούσα αξία ποσού 1 δις € που καταβάλλονται στο τέλος κάθε έτους στο διηνεκές, με βάση την παραδοχή ότι ο ετήσιος συντελεστής απόδοσης είναι 10% και ο σταθερός ρυθμός αύξησης του ποσού είναι 4%;

α) 16,667 δις € β) 15 δις € γ) 1 δις €
δ) Καμία από τις απαντήσεις δεν είναι σωστή

Λύση
ΠΑ = 1δις / (0,1-0,04) = 16,667 δις

450. Ποια είναι η μελλοντική αξία 20.000 € που καταβάλλονται στο τέλος καθενός από τα επόμενα 5 έτη, με βάση την παραδοχή ότι η επένδυσή σας έχει απόδοση 8% ετησίως;

α) 115.332 € β) 117.332 € γ) 110.332 €
δ) Καμία από τις απαντήσεις δεν είναι σωστή

Λύση
ΜΑ = 20.000 * $\{[(1+0,08)^5 -1]/0,08\}$ = 117.332

451. Ένα 20ετές στεγαστικό δάνειο προσφέρεται με ετήσιο επιτόκιο 7,2% και οι όροι της αποπληρωμής του είναι ισόποσες μηνιαίες τοκοχρεωλυτικές δόσεις. Ποια είναι η δόση που πρέπει να πληρώνει ένας δανειολήπτης που έλαβε δάνειο 100.000€;

α) 533,76€ β) 680,75€ γ)787,35€ δ) Καμία από τις απαντήσεις δεν είναι σωστή

Λύση
100.000 Δ * $\{[1-(1+0,072/12)^{-(20*12)}/(0,072/12)\}$, Δ= 787,35

452. Η επένδυση Α υπόσχεται απόδοση 85 € σε 1 έτος από σήμερα, 125 € σε 2 έτη από σήμερα και 150 € σε 3 έτη από σήμερα. Εάν το απαιτούμενο ποσοστό απόδοσης της επένδυσης είναι 11,5%, το οποίο κεφαλαιοποιείται ετησίως, ποια είναι η αξία της επένδυσης σήμερα;

α) 315 € β) 375 € γ) 235 € δ) 285 €

Λύση
ΠΑ= $85/(1+0,115) + 125/(1+0,115)^2 + 150/(1+0,115)^3 = 285$

453. Το ενεργητικό ενός αμοιβαίου κεφαλαίου είναι 63.000.000 € και τα υπάρχοντα μερίδια είναι 21.000.000. Εάν η προμήθεια διάθεσης είναι 2%, ποια είναι η τιμή διάθεσης;

α) 3,06 € β) 2,94 € γ) 2,10 € δ) 3,10 €

Λύση
(Ενεργητικό αμοιβαίου κεφαλαίου / αριθμό μεριδίων) x προμήθεια διάθεσης =
(63.000.000 € / 21.000.000) x 1,02 = 3,06 €

454. Ένας επενδυτής κατέθεσε 10.000 € για την αγορά μεριδίων του αμοιβαίου κεφαλαίου "ΑΒΓ". Αν η καθαρή τιμή είναι 5 €, η προμήθεια διάθεσης 2% και η προμήθεια εξαγοράς 1%, πόσα μερίδια απέκτησε;

α)2.000 β) 2.020,20 γ) 2.040,82 δ) 1.960,78

Λύση
(Ποσό επένδυσης / καθαρή τιμή μεριδίου * προμήθεια διάθεσης) =
(10.000 / 5 *1,02) = 1.960,78

455. Ένα fund of funds επενδύει σε 3 αμοιβαία κεφάλαια: Α/Κ "Α" κατά 20%, Α/Κ "Β" κατά 10% και Α/Κ "Γ" κατά 70%. Οι αποδόσεις των αμοιβαίων κεφαλαίων είναι αντίστοιχα 4,5%, -2,0% και 3,0%. Η συνολική απόδοση του fund of funds είναι:

α)1,00% β) 1,25% γ) 2,80% δ) 3,20%

Λύση
20% * 4,5% + 10% * (-2%) + 70% * 3% = 2,80%

456. Επένδυση ύψους 1.000€ με επιτόκιο 5% ετησίως στο τέλος του έτους έχει διαμορφωθεί στα 1.050€. Αν ο πληθωρισμός του ίδιου έτους είναι 7%, ποια η αγοραστική αξία του τελικού ποσού;

α)990€ β) 980€ γ) 1.050€ δ) 1.000€

Λύση
1.000*(1+ 5% - 7%) = 1.000 * (1+0,05 – 0,07) = 1.000 *98% = 980

457. Διετές ομόλογο μηδενικού τοκομεριδίου ονομαστικής αξίας 1.000€ εκδίδεται σήμερα στην τιμή των 800€. Η ετησιοποιημένη απόδοση της επένδυσης είναι:

α) 25,00% β) 11,80% γ) 20,50% δ) 15,20%

Λύση
$800=1.000/(1+r)^2 \Rightarrow r = 11,80\%$

458. Ένα Ομόλογο του Ελληνικού Δημοσίου 1.000€ ονομαστικής αξίας βρίσκεται σε διαπραγμάτευση στα 1.000€. Το ΟΕΔ λήγει σε 8 χρόνια και έχει ετήσια απόδοση τοκομεριδίου ίση με 6%. Ποια είναι η απόδοση του ΟΕΔ στη λήξη (YTM);

α) 5,85% β) 6% γ) 8%
δ) Για να υπολογιστεί η απόδοση απαιτείται να λυθεί μια πολύπλοκη εξίσωση

Λύση
Αφού ονομαστική αξία= τιμή διαπραγμάτευσης, τότε YTM = απόδοση τοκομεριδίου

459. Η ονομαστική αξία της ομολογίας είναι 1.000 €, το ονομαστικό επιτόκιο 6% και η ομολογία γίνεται αντικείμενο διαπραγμάτευσης στα 950 €. Η τρέχουσα απόδοση της ομολογίας είναι ...

α) 5% β) 6% γ) 6,32% δ) Καμία από τις απαντήσεις δεν είναι σωστή

Λύση
Τρέχουσα απόδοση = 60/950= 6,32%

460. Μια ομολογία μηδενικού τοκομεριδίου ονομαστικής αξίας 10.000 € έχει ετήσια απαιτούμενη απόδοση 4% και λήγει σε 3 μήνες. Ποια είναι η μεγαλύτερη τιμή που ο πελάτης θα ήταν διατεθειμένος να πληρώσει για να την αποκτήσει;

α) 9.901 € β) 9.019 € γ) 9.109 € δ) 9.991 €

Λύση
ΠΑ= 10.000/(1+0,04*90/360) = 9.901

461. Έντοκο γραμμάτιο του Ελληνικού Δημοσίου διάρκειας 52 εβδομάδων έχει επιτόκιο 5%. Ποια είναι η τιμή διάθεσης;

α) 101,10 € β) 105,20 € γ) 95,24 € δ) 89,88 €

Λύση
100/1,05=95,24

462. Μια επιχείρηση εκδίδει ομολογία ονομαστικής αξίας 1.000 € με ετήσιο τοκομερίδιο 10% (επιτόκιο έκδοσης), η καταβολή γίνεται δύο φορές το χρόνο, το επιτόκιο της αγοράς είναι 8%. Η ομολογία έχει 3 χρόνια μέχρι τη λήξη της. Ποια η τιμή της ομολογίας σήμερα, η τιμή της μετά την πληρωμή του πρώτου τοκομεριδίου και η πραγματοποιηθείσα εξαμηνιαία απόδοση της ομολογίας;

α) 1.022,41 / 1.024,49 / 4% β) 1.000 / 1.080 / 2%
γ) 1.052,41 / 1.044,49 / 2% δ) 1.052,41 / 1.044,49 / 4%

Λύση

- ΠΑ = $50/(1+0,04) + 50/(1+0,04)^2 + 50/(1+0,04)^3 + 50/(1+0,04)^4 + 50/(1+0,04)^5 + 1.050/(1+0,04)^6 = 1.052,41$
- ΠΑ = $50/(1+0,04) + 50/(1+0,04)^2 + 50/(1+0,04)^3 + 50/(1+0,04)^4 + 1.050/(1+0,04)^5 = 1.044,49$
- Πραγματοποιηθείσα 6-μηνιαία απόδοση = [1.044,49-1.052,41)+50]/1.052,41 = 4%

463. Ένα έντοκο γραμμάτιο του Ελληνικού Δημοσίου (ΕΓΕΔ) ονομαστικής αξίας 100 €, 3μηνης διάρκειας με επιτόκιο 4,5% σε ποια τιμή πωλείται στους επενδυτές;

α) 78,50€ β) 99,00€ γ) 98,89€ δ) 100,88€

Λύση
100 /(1+4,5%/4) = 98,89

464. Μια 10-ετής ομολογία μιας επιχείρησης πωλείται στα 950.000 € και έχει επιτόκιο έκδοσης 10%. Η απόδοση στη λήξη (YTM) κατά προσέγγιση είναι:

α) 13,22% β) 9,45% γ) 10,84% δ) 12,48%

Λύση
Ομόλογο που διαπραγματεύεται υπό το άρτιο. Αφού η τιμή διαπραγμάτευσης είναι λίγο κάτω από την ονομαστική αξία, τότε η YTM θα είναι προσεγγιστικά λίγο πάνω από 10%. Δηλ. 10,84%

465. Μια διηνεκής ομολογία καταβάλει στον κάτοχό της για πάντα σταθερό τοκομερίδιο ύψους 10 ευρώ ανά έτος χωρίς να λήγει ποτέ. Οι επενδυτές απαιτούν από ομολογίες με τα ίδια χαρακτηριστικά ετήσια απόδοση 10%. Να βρεθεί η οικονομική αξία της ομολογίας.

α) 100 β) 1.000 γ) 100.000 δ) Καμία από τις απαντήσεις δεν είναι σωστή

Λύση
ΠΑ = 10/0,1 = 100

467. Αγοράσατε μια μετοχή στην τιμή των 20 € και μετά παρέλευση τριμήνου την πωλήσατε προς 21,40 €. Ποια είναι η ετησιοποιημένη απόδοσή σας (το έτος 360 ημέρες και ο μήνας 30 ημέρες);

α) 31,08% β) 1,71% γ) 14,49% δ) 7,00%

Λύση
Απόδοση τριμήνου = 21,40/20 – 1=7%
Ετησιοποιημένη απόδοση = $(1+0.07)^4 – 1$ = 31,08%

468. Επενδυτής αγοράζει μία μετοχή, την οποία πουλάει μετά από τέσσερα χρόνια. Η μετοχή αγοράστηκε στην τιμή των 12 € και την τέταρτη χρονιά διακράτησης διανεμήθηκε μέρισμα 0,6 € ανά μετοχή. Ποια είναι η ετησιοποιημένη απόδοση περιόδου διακράτησης εάν η μετοχή πουλήθηκε στα 15 €;

α) 13,28% β)6,78% γ)28,33%

δ) Καμία από τις απαντήσεις δεν είναι σωστή

Λύση

$\{[(15+0,6)^{1/4}]/12\} - 1 = 6,78\%$

469. Επενδυτής σχεδιάζει την αγορά κοινής μετοχής την οποία θα διακρατήσει για 1 έτος. Ο επενδυτής αναμένει να λάβει μέρισμα 1,50 € ανά μετοχή και 26 € από την πώληση της μετοχής στο τέλος του έτους. Εάν ο επενδυτής επιθυμεί την πραγματοποίηση απόδοσης 15% από την διακράτηση της μετοχής, η μέγιστη τιμή την οποία ο επενδυτής πρέπει να πληρώσει την μετοχή σήμερα είναι:

α) 22,61€ β) 23,91€ γ) 24,50€ δ) 27,50€

Λύση

ΠΑ = (1,50+26)/(1+0,15) = 23,91

470. Το τρέχον, ανά μετοχή, μέρισμα μιας εταιρείας είναι 2,00 €. Αναμένεται ότι τα μελλοντικά μερίσματα θα αυξάνονται κατά 10% κάθε έτος και για πάντα. Η αγορά απαιτεί από τις μετοχές της εταιρείας απόδοση ίση με 20%. Η τρέχουσα οικονομική αξία (τιμή) της μετοχής είναι:

α) 22,61€ β) 23,91€ γ) 22,00€ δ) 23,50€

Λύση

ΠΑ= 2(1+0,1)/(0,2-0,1) = 22

471. Η απόδοση της επένδυσης χωρίς κίνδυνο είναι 5%, η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς είναι 14% και ο συντελεστής βήτα της εταιρείας είναι 1,1. Η εταιρεία διατηρεί ένα σταθερό ποσοστό παρακράτησης κερδών (b) το οποίο είναι 50%. Τα κέρδη ανά μετοχή την τελευταία χρήση ήταν 2,32 ευρώ. Τα κέρδη και μερίσματα αυξάνονται με ένα σταθερό ρυθμό αύξησης 5,85% για πάντα. Η οικονομική αξία της μετοχής είναι:

α) 12,61€ β) 31,57€ γ) 13,00€ δ) 13,57€

Λύση

II. Η απόδοση ιδίων κεφαλαίων (E(R)) την οποία προσδοκούν οι επενδυτές από την μετοχή της ΖΡΑ σύμφωνα με το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων είναι:

$$k = E(R) = R_f + [E(R_m) - R_f] \times \beta = 5\% + (14\% - 5\%) \times 1{,}1 = 14{,}90\%$$

Καθώς το μέρισμα του τελευταίου έτους είναι 1,16 ευρώ ανά μετοχή ($= 2{,}32 \times 50\%$), η οικονομική αξία της μετοχής σύμφωνα με το υπόδειγμα προεξόφλησης μερισμάτων θα είναι:

$$IV = \frac{D_0(1+\mathbf{g})}{k-\mathbf{g}} = \frac{\mathbf{1{,}16(1+5{,}85\%)}}{\mathbf{14{,}9\% - 5{,}85\%}} = \mathbf{13{,}5675}$$

Η οικονομική αξία της μετοχής είναι λοιπόν **13,57 ευρώ**.

472. Η μετοχή μιας εταιρείας διαπραγματεύεται σήμερα στο χρηματιστήριο στα 175 ευρώ. Το τελευταίο μέρισμα που καταβλήθηκε είναι 5 ευρώ ανά μετοχή και το κόστος κεφαλαίου της εταιρείας είναι 8%. Ο σταθερός ετήσιος ρυθμός αύξησης των μερισμάτων της εταιρείας που δικαιολογείται από τα επίπεδα τιμών της μετοχής στο χρηματιστήριο είναι:

α) 5% β) 5€ γ) 10% δ) 3%

Λύση

i) Λύνοντας το υπόδειγμα σταθερής αύξησης μερισμάτων (ή συνεχούς μεγέθυνσης) για αποτίμηση μετοχών ως προς τον ρυθμό αύξησης έχω:

$$IV = \frac{D_0(1+g)}{r-g} \Leftrightarrow IV(r-g) = D_0(1+g) \Leftrightarrow IV \cdot r - IV \cdot g = D_0 + D_0 \cdot g$$

$$\Leftrightarrow D_0 \cdot g + IV \cdot g = IV \cdot r - D_0 \Leftrightarrow g(D_0 + IV) = IV \cdot r - D_0 \Leftrightarrow g = \frac{IV \cdot r - D_0}{D_0 + IV}$$

Υποθέτοντας τώρα ότι η τιμή της μετοχή της εταιρίας ΧΟΧ σήμερα στο χρηματιστήριο ισοδυναμεί με αυτή που προκύπτει από το υπόδειγμα σταθερής αύξησης μερισμάτων έχω:

$$g = \frac{IV \cdot r - D_0}{D_0 + IV} = \frac{175 \cdot 8\% - 5}{5 + 175} = \mathbf{5\%}$$

473. Μια εταιρία πληρώνει μερίσματα ίσα προς 0,04 € ανά κοινή μετοχή. Επίσης, σχεδιάζει να αυξήσει τα μερίσματά της κατά 50% το έτος για τα επόμενα πέντε χρόνια. Έπειτα, θα αυξάνει τα μερίσματά της κατά 10% το έτος επ’ άπειρο. Οι επενδυτές αναμένουν απόδοση ίση με 15%. Η οικονομική αξία της μετοχής της εταιρίας είναι:

α) 4,80€ β) 3,80€ γ) 2,80€ δ) 5,80€

Λύση

Πρώτα υπολογίζουμε την αξία των μερισμάτων για τα επόμενα 5 χρόνια, και στην συνέχεια υπολογίζουμε την παρούσα αξία τους χρησιμοποιώντας τους τύπους:

$$D_n = D_0\ (1+g)^n \text{ και}$$

$$\text{Παρούσα Αξία } D_n = D_n\ /\ (1+k)^n$$

Έχουμε:

$D_1 = D_0\ (1+g_1)^1 = 0{,}04\ (1+0{,}5)^1 = 0{,}060$
$D_2 = D_0\ (1+g_1)^2 = 0{,}04\ (1+0{,}5)^2 = 0{,}090$
$D_3 = D_0\ (1+g_1)^3 = 0{,}04\ (1+0{,}5)^3 = 0{,}135$
$D_4 = D_0\ (1+g_1)^4 = 0{,}04\ (1+0{,}5)^4 = 0{,}203$
$D_5 = D_0\ (1+g_1)^5 = 0{,}04\ (1+0{,}5)^5 = 0{,}304$

$ΠΑD_1 = 0{,}060\ /\ (1+0{,}15)^1 = 0{,}052$
$ΠΑD_2 = 0{,}090\ /\ (1+0{,}15)^2 = 0{,}068$
$ΠΑD_3 = 0{,}135\ /\ (1+0{,}15)^3 = 0{,}089$
$ΠΑD_4 = 0{,}203\ /\ (1+0{,}15)^4 = 0{,}116$
$ΠΑD_5 = 0{,}304\ /\ (1+0{,}15)^5 = 0{,}151$

Προσθέτουμε τις παρούσες αξίες (ΠΑ) των μερισμάτων των πέντε πρώτων ετών και έχουμε:
ΠΑ μερισμάτων για τα 5 πρώτα έτη = 0,476€

Μετά τον πέμπτο χρόνο ο ρυθμός αύξησης των μερισμάτων γίνεται g_2=10%.

Επομένως, βρίσκουμε την αξία του μερίσματος του έκτου έτους:

$$D_6 = D_5(1+g_2)^1 = 0{,}304\ (1+0{,}10)^1 \rightarrow \quad D_6 = 0{,}334€$$

Η τιμή της μετοχής στο τέλος του πέμπτου έτους ισούται:

$$P_5 = D_6\ /\ (k-g_2) = 0{,}334\ /\ (0{,}15-0{,}10) \rightarrow P_5 = 6{,}68€$$

Η παρούσα αξία της τιμής της μετοχής το 5^o έτος, ισούται:

Παρούσα Αξία $P_5 = P_5\ /\ (1+k)^5 = 6{,}68\ /\ (1+0{,}15)^5 = 3{,}32€$

Επομένως, η παρούσα αξία της μετοχής Π (P_0) ισούται:

$P_0 =$ Παρούσα αξία Μερισμάτων των 5 πρώτων ετών +
+ Παρούσα αξία της τιμής της μετοχής το 5^o έτος (P_5) $\rightarrow$
$P_0 = 0{,}476 + 3{,}32 \rightarrow P_0 = 3{,}80€$

474. Η τρέχουσα ισοτιμία του δολαρίου έναντι του ευρώ είναι 1,2585 (δηλαδή €/$ 1,2585). Ποια είναι η τρέχουσα ισοτιμία του ευρώ έναντι του δολαρίου;

α) $/€ 0,6879 β) $/€ 0,7945 γ) $/€ 1,2225 δ) $/€ 0,9085

Λύση

1/1,2585 = 0,7945

475. Ποια θα είναι η τιμή της μετοχής Α το έτος 0, όταν το έτος 1 δίνει μέρισμα 0,50 €, το έτος 2 δίνει μέρισμα 0,40 €, το έτος 3 δίνει μέρισμα 0,60 € και από αυτό το έτος και μετά το μέρισμα θα παραμένει σταθερό. Το επιτόκιο προεξόφλησης είναι 10%.

α) 12,98€ β) 5,33€ γ) 7,02€ δ) 5,74€

Λύση
ΠΑ = $0,5/(1+0,1) + 0,4/(1+0,1)^2 + 0,6/(1+0,10)^3 + (0,6/0,10)*1/1+0,10)^3 = 5,74$

476. Επενδυτής αγοράζει τη μετοχή Α, η οποία στο χρόνο T_0 πλήρωσε μέρισμα 2€ ανά μετοχή, του οποίου ο ρυθμός αύξησης κάθε έτος αναμένεται να είναι 10%. Δοθέντος ότι ο επενδυτής απαιτεί την πραγματοποίηση απόδοσης 18%, ποια είναι η αξία της μετοχής σήμερα;

α) 25 € β) 27,50 € γ) 32,30 € δ) 24,60 €

Λύση
ΠΑ= 2(1+0,1)/(0,18-0,1) = 27,5

477. Αν η τρέχουσα ισοτιμία του δολαρίου ως προς το ευρώ είναι €/$ 1,2585 και της στερλίνας €/£ είναι 0,8020, η σταυροειδής ισοτιμία του δολαρίου ως προς τη στερλίνα είναι:

α) £/$ 0,6372 β) £/$ 1,5692 γ) £/$ 1,3567 δ) Δεν μπορεί να υπολογιστεί

Λύση
1,285/0,8020 = 1,5692

478. Ένας επενδυτής κατέθεσε 10.000 € για την αγορά μεριδίων ενός αμοιβαίου κεφαλαίου. Η καθαρή τιμή ενός μεριδίου την ημέρα αυτή ήταν 5 €. Το κόστος διάθεσης ήταν 1% και η προμήθεια διαχείρισης είναι 2%. Πόσα μερίδια απέκτησε ο μεριδιούχος;

α) 2.000,00 μερίδια β) 1.980,20 μερίδια γ) 1.941,70 μερίδια δ) 1.920,78 μερίδια

Λύση
10.000/5*1,01 = 1.980,20

479. Ο πελάτης Π αγόρασε ένα μερίδιο αμοιβαίου κεφαλαίου στην τιμή των 20 € και το πούλησε ένα χρόνο αργότερα αντί 27,5 €. Δεν έλαβε έσοδα από μερίσματα, δεν είχε φορολογία και προμήθειες εξαγοράς. Η υπεραξία κεφαλαίου και η απόδοση για τον πελάτη Π ήταν:

α) € 7,5 και 7,5% β) € 7,5 και 37,5% γ) € 27,5 και 27,5% δ) € 27,5 και 7,5%

Λύση
Υπεραξία κεφαλαίου = 27,5 – 20 = 7,5€
Απόδοση = (27,5/20) – 1 =37,5%

480. Ένα αμοιβαίο κεφάλαιο έχει επενδύσεις σε μετοχές 1.000 €, επενδύσεις σε ομόλογα 1.000 € και μετρητά 500 €. Παράλληλα έχει υποχρεώσεις προς τον θεματοφύλακα 1.000 € και λοιπές υποχρεώσεις 500 €. Ποιο είναι το καθαρό ενεργητικό του αμοιβαίου κεφαλαίου;

α) 1.000€ β) 2.500€ γ) 2.000€ δ) Δεν μπορεί να υπολογιστεί

Λύση
1.000 + 1.000 + 500 – 1.000 – 500 = 1.000

481. Υπολογίστε την ισοτιμία €/$ χρησιμοποιώντας ως δεδομένες τις ισοτιμίες $/¥ = 113,51 και €/¥ = 167,75.

α) 1,46 β) 1,48 γ) 0,67 δ) 0,46

Λύση
167,75/113,51 = 1,4778 ≈ 1,48

482. Εξετάζετε μια επένδυση διάρκειας τεσσάρων ετών. Για την αγορά των απαραίτητων περιουσιακών στοιχείων θα δαπανηθούν την τρέχουσα χρονική στιγμή 2.000 €. Η επένδυση θα χρηματοδοτηθεί με ίδια κεφάλαια της τάξεως των 2.000 €. Οι μέτοχοι της εταιρείας απαιτούν ετήσια απόδοση 10%. Οι αναμενόμενες καθαρές ταμειακές ροές (ΚΤΡ) θα ανέλθουν ετησίως σε 772,588 €. Η καθαρή παρούσας αξία (ΚΠΑ) της επένδυσης είναι …… και άρα θα την ……

α) € 449 / απορρίψετε β) € 449 / αποδεχτείτε
γ) - € 449 / απορρίψετε δ) € 489 / αποδεχτείτε

Λύση
ΚΠΑ= $-2.000 + 772,588/(1+0,1) + 772,588/(1+0,1)^2 + 772,588/(1+0,1)^3 + 772,588/(1+0,1)^4 = -2.000 + 2.449 = 449,00$ €

483. Μια επιχείρηση εξετάζει τις επενδύσεις Β, Δ οι οποίες έχουν τις παρακάτω καθαρές ταμιακές ροές (ΚΤΡ):

Έτος	Επένδυση Β (σε χιλιάδες €)	Επένδυση Δ (σε χιλιάδες €)
0	-13.500	-7.550
1	0	3.650
2	0	3.650
3	19.750	3.650

Το επιτόκιο προεξόφλησης και για τις δύο επενδύσεις είναι 9%.

Αν οι επενδύσεις είναι αμοιβαίως αποκλειόμενες, θα προτείνατε στην επιχείρηση να επιλέξει την

α) Β διότι έχει μεγαλύτερη ΚΠΑ από την Δ
β) Δ διότι έχει μεγαλύτερη ΚΠΑ από την Β
γ) Είστε αδιάφοροι διότι η ΚΠΑ της Β είναι ίση με την ΚΠΑ της Δ
δ) Καμία διότι έχουν και οι δύο αρνητική ΚΠΑ

Λύση

- $ΚΠΑ_B$ = -13.500 + 19.750/(1+0,09)^3 = 1.750,624
- $ΚΠΑ_Δ$ = -7.550 +3.650/(1+0,09) + 3.650/(1+0,09)^2 + 3.650/(1+0,09)^3= 1.689,226

484. Τα τελευταία 3 χρόνια οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου σας ήταν 5%, 7% και 9% (τα στοιχεία αυτά αποτελούν δείγμα). Ποια η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου σας;

α) 3,5% β) 5% γ) 7% δ) 2.3%

Λύση
(5% + 7% + 9%) / 3 = 7%

485. Εάν η καθαρή τιμή ενός Α/Κ σημειώσει πτώση κατά 25%, τι απόδοση πρέπει να επιτύχει το αμοιβαίο κεφάλαιο έτσι ώστε να φτάσει εκ νέου στην τιμή πριν από την πτώση;

α) 20% β) 25% γ) 50% δ) 33.3%

Λύση
25% / (1-25%) = 25%/75% = 33,3%

486. Αμοιβαίο κεφάλαιο έχει καθαρό ενεργητικό 3.000.000 € και 3.000.000 μερίδια. Αν η προμήθεια εξαγοράς είναι 3%, ποια είναι η τιμή εξαγοράς;

α) 0,97€ β) 1€ γ) 1,03€ δ) Δεν μπορεί να υπολογιστεί

Λύση
3.000.000/3.000.000 * (1-3%)=0,97

487. Αμοιβαίο κεφάλαιο έχει καθαρό ενεργητικό 3.000.000 € και 3.000.000 μερίδια. Η προμήθεια διάθεσης είναι 2% και η προμήθεια εξαγοράς είναι 3%. Επενδυτής θέλει να επενδύσει 30.000 € σε αυτό το αμοιβαίο κεφάλαιο. Πόσα μερίδια θα αγοράσει;

α) 30.927,83 μερίδια β) 29.126,21 μερίδια
γ) 30.612,24 μερίδια δ) 29.411,76 μερίδια

Λύση
30.000/ (3.000.000 / 3.000.000 * 1,02) = 29.411,76

488. Το ενεργητικό ενός αμοιβαίου κεφαλαίου είναι 63.000.000 € και τα υπάρχοντα μερίδια είναι 21.000.000. Εαν η προμήθεια εξαγοράς είναι 2%, ποια είναι η τιμή εξαγοράς;

α) 3,06€ β) 2,94€ γ) 2,10€ δ) 3,10€

Λύση
63.000.000 / 21.000.000 * (1-2%) = 3*0,98 = 2,94€

489. Οι μετοχές Α και Β έχουν αναμενόμενη απόδοση 15%, τυπική απόκλιση 20% και β=1,2. Οι αποδόσεις των δύο μετοχών έχουν συντελεστή συσχέτισης 0,6. Δημιουργείται ένα χαρτοφυλάκιο στο οποίο συμμετέχει κατά 50% η μετοχή Α και κατά 50% η μετοχή Β. Τι από τα παρακάτω ισχύει;

α) Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι 15%.
β) Το β του χαρτοφυλακίου είναι μικρότερο του 1,2.
γ) Η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου είναι 20%.
δ) Όλα τα παραπάνω είναι λάθος.

Λύση
Αναμενόμενη απόδοση χαρτοφυλακίου = 50%*15% + 50%*15% = 15%

490. Μια επένδυση έχει 50% πιθανότητα να πραγματοποιήσει 20% απόδοση, 25% πιθανότητα να πραγματοποιήσει 10% απόδοση και 25% πιθανότητα να πραγματοποιήσει -10% απόδοση. Ποια είναι η αναμενόμενη απόδοση της επένδυσης;

α) 10% β) 1% γ) 15% δ) 12.5%

Λύση
Αναμενόμενη απόδοση = 50%*20% + 25%*10% + 25%*(-10%)= 10%

492. Ένας επενδυτής επιθυμεί να επενδύσει 50.000 € σε χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από μετοχές μιας εταιρίας και από κρατικά (χωρίς κίνδυνο) ομόλογα. Τα κρατικά ομόλογα αποδίδουν 7%, ενώ η αναμενόμενη απόδοση και η μέση τυπική απόκλιση της μετοχής είναι 17% και 25% αντίστοιχα. Η αναμενόμενη απόδοση και ο κίνδυνος (σ) ενός χαρτοφυλακίου αποτελούμενο από 50% μετοχές και 50% ομόλογα είναι:

α) 0,12 / 0,125 β) 0,10 / 0,25 γ) 0,50 / 0,125 δ) 0,4 / 0,25

Λύση
i. Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου ($\overline{R}_{portf}$) είναι:

$\overline{R}_{portf}$ = (X*$R_{Risk\ Free}$) + (1-X)* R_{μ}

Όπου

Risk Free = Απόδοση Κρατικών Ομολόγων

X = Ποσοστό Κεφαλαίου σε χωρίς κίνδυνο ομόλογα (0,5)

1-X = Ποσοστό Κεφαλαίου σε μετοχές (0,5)

$\overline{R}_{portf}$ =(0,5 * 0,07) + (0,5 * 0,17) = 0,12 (1)

σ_{portf} = (1-X) σ_{μ} = 0,5 * 0,25 = 0,125 (2)

493. Έστω ότι ο Α επενδύει σε ένα χαρτοφυλάκιο αρχικής αξίας 250 χιλ. ευρώ. Στο τέλος του 2ου έτους η αξία του χαρτοφυλακίου του ανέρχεται σε 270 χιλ. ευρώ. Ποια είναι η ετησιοποιημένη απόδοση του χαρτοφυλακίου αν ο ανατοκισμός γίνεται ετησίως;

α) 8%   β) 5,22%   γ)3,92%   δ)4,35%

Λύση

ΜΑ = ΠΑ$(1+r)^2$=> 270 = 250 $(1+r)^2$ => r= 3,92%

494. Έστω η ακόλουθη επενδυτική θέση: διαπραγμάτευση 100 μετοχών της Εταιρίας ΧΧΧ στην τιμή των 113 €/μετοχή όταν η διακύμανση ενός έτους των αποδόσεων της μετοχής είναι 0,0441. Υποθέστε ότι το έτος έχει 250 ημέρες και η τιμή α για την 95% VaR είναι 1,65. Η 95% VaR (Value-at-Risk) για μια μέρα και 2 εβδομάδες της ακόλουθης επενδυτικής θέσης είναι:

α) 347.643 € / 883.116 €
β) 147.643 € / 763.116 €
γ) 257.643 € / 793.116 €
δ) 247.643 € / 783.116 €.

Λύση

Η τυπική απόκλιση ενός έτους είναι η ρίζα της διακύμανσης $\sigma_{AAA} = \sqrt{0{,}0441} = 0{,}21$.

Στην κανονική κατανομή για 95% διάστημα εμπιστοσύνης το α είναι 1,65. Η ετήσια απόκλιση για να γίνει ημερήσια διαιρείται με την ρίζα του 250 δηλ. $\sigma_{AAA} = 0{,}21(\frac{1}{\sqrt{250}}) = 0{,}013282$.

Άρα $VaR = a\sigma_W = 1{,}65 \times 1 \times 0{,}0132 \times (100 \times 113) = 247.643€$. Για δύο εβδομάδες επειδή έχουμε 10 εργάσιμες μέρες η VaR θα είναι:

$$VaR = 1{,}65 \times \sqrt{10} \times 0{,}0132 \times (100 \times 113) = 783.116€.$$

495. Δίνονται τα παρακάτω δεδομένα:
Εταιρία Ζ: Αριθμός μετοχών 100, τιμή/μετοχή=35,61 € και ενός χρόνου μεταβλητότητα=18%. Εταιρία Ψ: Αριθμός μετοχών 50, τιμή/μετοχή =71,15 € και ενός χρόνου μεταβλητότητα=16%. Ο συντελεστής συσχέτισής τους είναι 40%. Υποθέστε ότι το έτος έχει 250 ημέρες και η τιμή α για την 95% VaR είναι 1,65. Η 95% VaR χαρτοφυλακίου των μετοχών των εταιρειών Ζ και Ψ με τη μέθοδο διακύμανσης/συνδιακύμανσης είναι:

α) 1.671,899 €   β) 1.643 €   γ) 2.576 €   δ) 1.761,90 €

Λύση

$$VaR_z = 100 \times 35{,}61 \times 0{,}18 \times 1{,}65 = 640{,}98 \times 1{,}65 = 1057{,}617€$$

$$VaR_\Psi = 50 \times 71{,}15 \times 0{,}16 \times 1{,}65 = 569{,}2 \times 1{,}65 = 939{,}18€$$

$$VaR_{X\alpha\rho\tau} = \sqrt{(VaR_z^2 + VaR_\Psi^2 + 2 \times \rho \times VaR_z \times VaR_\Psi)} = 1671{,}89€$$

496. Δίνονται τα παρακάτω δεδομένα:
Εταιρία Ζ: Αριθμός μετοχών 100, τιμή/μετοχή=35,61€ και ενός χρόνου μεταβλητότητα=18%. Εταιρία Ψ: Αριθμός μετοχών 50, τιμή/μετοχή =71,15 € και ενός χρόνου μεταβλητότητα=16%. Ο συντελεστής συσχέτισης τους είναι 40%.

Υποθέστε ότι το έτος έχει 250 ημέρες και η τιμή α για την 95% VaR είναι 1,65. Επιλέξτε ποιο είναι το κέρδος της διαφοροποίησης:

α) 1.996,797€ β) 324,898€ γ) 1.671,899€ δ) 1.761,899 €.

Λύση

Το απλό άθροισμα των μεμονωμένων VaR είναι 1057,617€ + 939,18€ =1996,797 €.

Οπότε το κέρδος της διαφοροποίησης είναι 1996,797 €-1671,899 €= 324,898€

497. Το χαρτοφυλάκιο ενός χρηματοπιστωτικού οργανισμού ανέρχεται στην αξία του 1 εκατ. €, και αποτελείται από δύο περιουσιακά στοιχεία Α και Β με στάθμιση 50% και 50% αντίστοιχα. Η μεταβλητότητά τους είναι 25% για το Α και 25% για το Β, ενώ ο γραμμικός συντελεστής συσχέτισής τους ισούται με 0,5. Η Αξία σε Κίνδυνο σε % και σε (€) με πιθανότητα 95% είναι:

α) 35,56% / € 356.142,5 β) 36,56% / € 366.142,5
γ) 34,56% / € 346.142,5 δ) 33,56% / € 336.142,5

Λύση

Η διακύμανση του χαρτοφυλακίου δίνεται από την σχέση :

$\sigma_P^2 = w_A^2 * \sigma_A^2 + w_B^2 * \sigma_B^2 + 2 * w_A * w_B * \rho_{AB} * \sigma_A * \sigma_B =$

$= 0{,}50^2 * 0{,}25^2 + 0{,}50^2 * 0{,}25^2 + 2 * 0{,}50 * 0{,}50 * 0{,}25 * 0{,}25 * 0{,}50 = 0{,}046875$

Όπου :

w_A = στάθμιση περιουσιακού στοιχείου Α.

w_B = στάθμιση περιουσιακού στοιχείου Β.

σ_A = μεταβλητότητα ή τυπική απόκλιση του περιουσιακού στοιχείου Α .

σ_B = μεταβλητότητα ή τυπική απόκλιση του περιουσιακού στοιχείου Β.

ρ_{AB}= συντελεστής συσχέτισης των περιουσιακών στοιχείων Α και Β.

Η διακύμανση είναι ένα στατιστικό μέγεθος αποτίμησης του κινδύνου.

- Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου ισούται με την τυπική απόκλισή του. Η τυπική απόκλιση προκύπτει από την τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0{,}046875}$ = 21, 65%.

- Η Αξία Σε Κίνδυνο σε % έχοντας ως δεδομένα την μεταβλητότητα (HV), την ληκτότητα (t) και τον συντελεστή του διαστήματος εμπιστοσύνης (CI) δίνεται από την σχέση:

VAR= CI*HV* $\sqrt{t}$ =1,645*0,2165* $\sqrt{1}$ = 35,56%.

• Η Αξία Σε Κίνδυνο σε απόλυτες τιμές (€) είναι ίση με : 1.000.000*35,56%=

€ 356.142,5.

498. Η επιχείρηση Α εκδίδει σήμερα ομολογία μηδενικού κουπονιού (zero coupon) ονομαστικής αξίας 1.000 € με ετήσια απόδοση στη λήξη 7%. Η ομολογία θα λήξει σε 10 χρόνια από σήμερα. Η διάρκεια (duration) της ομολογίας σήμερα είναι:

α) 8,2έτη β) 8,7 έτη γ) 10 έτη δ) 8 έτη

Λύση
Στα zero coupon bonds, maturity=duration

499. Η επιχείρηση Α εκδίδει σήμερα ομολογία μηδενικού κουπονιού (zero coupon) ονομαστικής αξίας 1.000 € με ετήσια απόδοση στη λήξη 7%. Η ομολογία θα λήξει σε 10 χρόνια από σήμερα. Η ποσοστιαία (κατά προσέγγιση) μεταβολή στην τιμή της ομολογίας, λαμβάνοντας υπόψη και τη διάρκεια (duration) της ομολογίας σήμερα, η οποία θα προέλθει από μία μείωση των επιτοκίων από 7% σε 6% είναι:

α) 9,35% β) 8,35% γ) -8,35% δ) -9,35%

Λύση
Η ποσοστιαία μεταβολή της τιμής μιας ομολογίας είναι κατά προσέγγιση ίση με:

$$\frac{\Delta P}{P_0} \approx \frac{-D}{(1+k_0)} \times \Delta k \times 100$$

Όπου

$\Delta P = (P_1 - P_0)$ είναι η μεταβολή στη τιμή της ομολογίας,

P_0 = η αρχική τιμή της ομολογίας

P_1 = η νέα τιμή της ομολογίας,

D = η διάρκεια της ομολογίας

k_0= η απόδοση στη λήξη που αντιστοιχεί στο αρχικό επιτόκιο,

k_1 = το νέο επιτόκιο

$\Delta k = (k_1 - k_0)$ = η μεταβολή των επιτοκίων

$$\frac{\Delta P}{P_0} \approx \frac{-10}{(1+0{,}07)} \times (0{,}06-0{,}07) \times 100 = 9{,}35$$

Επομένως, η τιμή της ομολογίας θα αυξηθεί περίπου κατά **9,35%.**

500. Ανάμεσα στις μετοχές Α και Β με τα εξής χαρακτηριστικά απόδοσης και κινδύνου, ποια θα επιλέγατε με την χρήση του συντελεστή μεταβλητότητας;

Μετοχή	Αναμενόμενη Απόδοση	Κίνδυνος (τυπική απόκλιση)
Α	20%	30%
Β	30%	40%

α) Την Α β) Την Β γ) Και τις δύο μετοχές
δ) Δεν μπορεί να εξαχθεί ασφαλές συμπέρασμα.

Λύση
ΣΜ = τυπική απόκλιση/ Αναμενόμενη Απόδοση
Η Β έχει τον μικρότερο ΣΜ

501. Ποιος είναι ο αριθμητικός μέσος όρος ενός δείγματος ετησίων αποδόσεων μιας μετοχής, της οποίας οι αποδόσεις ήταν ανά έτος 1%, 2%, 6% και -7%;

α) 5,33% β) 0,67% γ) 0,5% δ) 4%

Λύση
Α.Μ.Ο. = (1%+2%+6%-7%)/4

510. Τα μερίδια στον αποταμιευτικό λογαριασμό ασφαλισμένου (ΑΛΑ) σε unit-linked ασφαλιστήριο συμβόλαιο ανέρχονται σε 112,50. Η τιμή διάθεσης του μεριδίου ανέρχεται σε 132 € και είναι 10% υψηλότερη της καθαρής τιμής του μεριδίου. Ποιο το ασφάλιστρο που θα χρεώσει η ασφαλιστική επιχείρηση για την ασφάλιση θανάτου εφόσον το ασφαλισμένο κεφάλαιο θανάτου ορίζεται ως το μέγιστο ποσό μεταξύ της αξίας του ΑΛΑ και σταθερού ποσού 15.000€ ; Το ασφάλιστρο θανάτου υπολογίζεται με ποσοστό 10‰ επί του κεφαλαίου κινδύνου.

α) 15€ β) 16,35€ γ) 150€ δ) 163,50€

Λύση
Κεφάλαιο κινδύνου = Ασφαλισμένο κεφάλαιο – Αξία εξαγοράς
Κεφάλαιο κινδύνου = 15.000 - Αξία εξαγοράς
Αξία εξαγοράς = (αριθμός μεριδίων) * (καθαρή τιμή μεριδίου)
Αξία εξαγοράς = 112,50 * (132/1,1) = 13.500
Κεφάλαιο κινδύνου = 15.000 – 13.500 = 1.500
Ασφάλιστρο θανάτου = 10‰ * (κεφάλαιο κινδύνου) = 10‰ * 1.500 = 15€.

527. Μια ομολογία με ονομαστική αξία 1.000 €, με λήξη (εξαγορά στο άρτιο) μετά πέντε (5) χρόνια χωρίς κουπόνια αγοράστηκε ώστε να αποδίδει στον κάτοχο της 4% ετησίως. Να βρεθεί η τιμή της.

α) 812 € β) 822 € γ) 832 € δ) 842 €

Λύση
$P = 1.000 * v^5$

Για από τους πίνακες έχουμε P=1.000*0,8218=822

528. Η τιμή μια ομολογίας με ονομαστική αξία 1.000 €, με λήξη (εξαγορά στο άρτιο) μετά είκοσι (20) χρόνια, χωρίς κουπόνια είναι 377 €. Να βρεθεί η σταθερή ετήσια απόδοση της ομολογίας στη λήξη.

α) 2% β) 3% γ) 4% δ) 5%

Λύση

$$377 = 1.000 * v^{20} \Rightarrow v^{20} = \frac{377}{1.000} = 0{,}377$$

Από τους πίνακες προκύπτει i=5%

---

529. Μια ομολογία με ονομαστική αξία 1.000 €, με λήξη (εξαγορά στο άρτιο) δύο (2) χρόνια μετά και με εξαμηνιαία κουπόνια 4% αγοράστηκε ώστε να αποδίδει στον κάτοχό της 6% ετησίως "μετατρέψιμο" 2 φορές το χρόνο. Να βρεθεί η τιμή της.

α) 1.033 € β) 1.035 € γ) 1.037 € δ) 1.039 €

Λύση

$$P = 40 * a_{\overline{4|}} + 1.000 * v^4$$

Από τους πίνακες για i=3% έχουμε

P=40*3,71+1.000*0,8886=1.037

---

530. Μία ομολογία, διάρκειας 10 ετών, δεν πληρώνει κουπόνι για τα πρώτα 2 χρόνια αλλά στη συνέχεια πληρώνει κουπόνι κάθε χρόνο με 8% ετήσιο επιτόκιο. Να βρεθεί η τιμή της ομολογίας για 1.000€ ονομαστική αξία (με άρτια αξία εξαγοράς) εάν ο κάτοχός της θέλει να κερδίσει απ' αυτή απόδοση 5%.

α) 1.083 € β) 1.073 € γ) 1.063 € δ) 1.053 €

Λύση

$$p = 80 * a_{\overline{8|}} * v^2 + 1.000 v^{10}$$

Από τους πίνακες για i=5% έχουμε

P=80*6,46*0,9071+1.000*0,6140=1.082,79

---

531. Δάνειο με κεφάλαιο 10.000€ και ετήσιο επιτόκιο 3% εξοφλείται με δέκα ετήσιες ληξιπρόθεσμες δόσεις. Κάθε μια από τις τελευταίες πέντε δόσεις είναι διπλάσια από κάθε μια από τις πρώτες πέντε. Να βρείτε το ποσό της πρώτης δόσης.

α) 601 € β) 701 € γ) 801 € δ) 901 €

Λύση

$$10.000 = R * a_{\overline{5|}} + 2Rv^5 a_{\overline{5|}} \Rightarrow R = \frac{10.000}{(1+2v^5)a_{\overline{5|}}} \Rightarrow R = \frac{10.000}{(1+2*0{,}8627)*4{,}58} = 801$$

---

532. Ένα άτομο δανείζεται ποσό ίσο με 50.000 € και διαθέτει 5.000€ ετησίως για την αποπληρωμή του. Θεωρώντας ετήσιο επιτόκιο i=5% να βρεθεί η περίοδος αποπληρωμής (σε ακέραια έτη).

α) 13 β) 15 γ) 17 δ) 19

Λύση

$$50.000 = 5.000 a_{\overline{n}|5\%} \Rightarrow a_{\overline{n}|5\%} = 10$$

Από τους πίνακες προκύπτει ότι το (n) είναι κάπου μεταξύ 14 και 15. Άρα n=15

---

533. Εάν αρχικό κεφάλαιο 1.000 € τετραπλασιάζεται σε 15 χρόνια με ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο i, η συσσωρευμένη αξία αρχικού κεφαλαίου 1.000 € θεωρώντας το ίδιο επιτόκιο μετά από 30 χρόνια θα είναι:

α) 60.000€ β)16.000 € γ) 8.000 € δ) 4.000 €

Λύση

$$1.000(1+i)^{15} = 4 * 1.000 \Rightarrow (1+\mathrm{i})^{15} = 4$$

$$(1+\mathrm{i})^{30} = [(1+\mathrm{i})^{15}]^2 = (4)^2 = 16$$

$$\text{Άρα συσσωρευμένη αξία} = 1.000(1+\mathrm{i})^{30} = 1.000 * 16 = 16.000$$

---

534. Εάν αρχικό κεφάλαιο 1.000 € διπλασιάζεται σε 10 χρόνια με ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο i, η συσσωρευμένη αξία αρχικού κεφαλαίου 10.000 € θεωρώντας το ίδιο επιτόκιο μετά από 30 χρόνια θα είναι:

α) 300.000 € β) 100.000 € γ) 80.000 € δ) 60.000 €

Λύση

$$1.000(1+\mathrm{i})^{10} = 2 * 1.000 \Rightarrow (1+\mathrm{i})^{10} = 2$$

$$(1+\mathrm{i})^{30} = [(1+\mathrm{i})^{10}]^3 = (2)^3 = 8$$

$$\text{Άρα συσσωρευμένη αξία} = 10.000(1+\mathrm{i})^{30} = 10.000 * 8 = 80.000$$

---

535. Η συσσωρευμένη αξία αρχικού κεφαλαίου 10.000 € μετά από 20 χρόνια με ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο i, είναι 90.000 €. Η συσσωρευμένη αξία αρχικού κεφαλαίου 5.000 € θεωρώντας το ίδιο επιτόκιο μετά από 10 χρόνια θα είναι:

α) 15.000 € β) 45.000 € γ) 50.000 € δ) 90.000 €

Λύση

$$10.000(1+i)^{20} = 90.000 \Rightarrow (1+i)^{20} = 9$$

$(1+i)^{10} = \sqrt{(1+i)^{20}} = \sqrt{9} = 3$

$Άρα\ συσσωρευμένη\ αξία = 5.000(1+i)^{10} = 5.000 * 3 = 15.000$

---

536. Δύο πληρωμές των 100 € η κάθε μια στους χρόνους t=10 και t=50 πρόκειται να αντικατασταθούν από μία μόνο πληρωμή των 200 €. Εάν το ετήσιο επιτόκιο είναι i=1%, ποια είναι η κατάλληλη χρονική στιγμή t για την πληρωμή του συνόλου των 200 €;

α) t=28 β) t=29 γ) t=30 δ) t=31

<u>Λύση</u>

$100\ v^{10} + 100\ v^{50} = 200\ v^t \Rightarrow v^t = \dfrac{v^{10}+v^{50}}{2}$

Για i=1% έχουμε $v^{10} = 0{,}9053\ ,\quad v^{20} = 0{,}6081$

Άρα $v^t = \frac{0{,}9053+0{,}6081}{2} = 0{,}7567$

Με βάση τους πίνακες των επιτοκίων i=1%

εφόσον $v^t = 0{,}7567 \Rightarrow t \cong 28$

---

537. Τρεις πληρωμές των 1.000 € η κάθε μία στους χρόνους t=9, t=19 και t=49 πρόκειται να αντικατασταθούν από μία μόνο πληρωμή των 3.000 €. Εάν το ετήσιο επιτόκιο είναι i=2%, ποια είναι η κατάλληλη χρονική στιγμή t για την πληρωμή του συνόλου των 3.000 €;

α) t=20 β) t=23 γ) t=26 δ) t=29

<u>Λύση</u>

$v^9 + 1.000\ v^{19} + \ 1.000\ v^{49} = 3.000\ v^t$

$\Rightarrow v^t = \dfrac{v^9 + v^{19} + v^{49}}{3}$

$Για\ i = 2\%\ \ έχουμε\ v^9 = 0{,}8368\ \ ,\qquad v^{19} = 0{,}6865\ \ ,\ v^{49} = 0{,}3791$

$Άρα\ v^t = \dfrac{0{,}8368+0{,}6865+0{,}3791}{3} = 0{,}6340$

Με βάση τους πίνακες του επιτοκίου i=2%

Εφόσον $v^t = 0{,}6341 \Rightarrow\ t \cong 23$

---

538. Για να αποσύρει κάποιος από μία τράπεζα 2.000 € στο τέλος του 5ου χρόνου και 3.000 € στο τέλος του 10ου χρόνου, πρέπει να καταθέσει Χ€ στο τέλος του 3ου χρόνου και 2Χ€ στο τέλος του 6ου χρόνου. Εάν το ετήσιο επιτόκιο είναι i=5%,τότε το Χ ισούται με:

α)1.447 € β)1.437 € γ)1.427 € δ) 1.417 €

Λύση

$$2.000\ v^5 + 3.000\ v^{10} = Xv^3 + 2Xv^6$$

$$\Rightarrow X = \frac{2.000\ v^5 + 3.000\ v^{10}}{v^3 + 2v^6}$$

Με βάση τους πίνακες για επιτόκιο i=5% έχουμε

$$X = \frac{2.000 * 0{,}7836 + 3.000 * 0{,}6140}{0{,}8639 + 2 * 0{,}7463} \Rightarrow x = 1.447$$

---

539. Ποιο είναι το ποσό των χρημάτων που πρέπει να κατατίθενται στο τέλος κάθε έτους ώστε να σχηματίσουν κεφάλαιο 100.000 € μετά από 10 έτη; Δίνεται ότι το ετήσιο επιτόκιο είναι 3%.

α) 8.736 € β) 8.636 € γ) 8.536 € δ) 8.436 €

Λύση

Χ=το ποσό των χρημάτων

$$x * a_{\overline{10|}} = 100.000 * v^{10} \Rightarrow x = \frac{100.000 * v^{10}}{a_{\overline{10|}}}$$

Για i=3% έχουμε

Χ=(100.000*0,7443) / 8,52 =8.736

---

540. Μία 15-ετής σειρά πληρωμών ύψους Χ € ετησίως (οι πληρωμές γίνονται στο τέλος κάθε έτους) πρόκειται να αντικατασταθεί από μία σειρά πληρωμών ύψους 1.000 € ετησίως πληρωτέα για 8 χρόνια. Η πρώτη πληρωμή πρόκειται να γίνει 8 χρόνια από τώρα. Εάν το ετήσιο επιτόκιο είναι i=3%, το Χ ισούται με:

α) 434 € β) 444 € γ) 454 € δ) 464 €

Λύση

$$x * a_{\overline{15|}} = 1.000 * v^8 * a_{\overline{8|}} \Rightarrow x = \frac{1.000 * v^8 * a_{\overline{8|}}}{a_{\overline{15|}}}$$

Για i=3% έχουμε $x = \frac{1.000 * 0{,}7896 * 7{,}01}{11{,}93} = 464$

---

541. Αρχικό κεφάλαιο 100.000 € διπλασιάζεται σε 7 (επτά) χρόνια με ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο i. Ποια η συσσωρευμένη αξία του ίδιου κεφαλαίου μετά από 21 έτη;

α) 300.000 € β) 700.000 € γ) 800.000 € δ) 1.000.000 €

Λύση

$$100.000(1+i)^7 = 2 * 100.000 \Rightarrow (1+i)^7 = 2$$

$$100.000(1+i)^{21} = 100.000[(1+i)^7]^3 = 100.000 * 2^3 = 800.000$$

---

542. Συμφωνήθηκε ότι 50.000 € πρόκειται να αντικατασταθούν από 20 ίσες πληρωμές των 3.057,84 € που θα γίνονται στο τέλος κάθε τριμήνου. Να βρεθεί το σχετικό ετήσιο ονομαστικό επιτόκιο μετατρέψιμο κάθε τρεις μήνες που αντιστοιχεί στην παραπάνω συναλλαγή.

α) 8% β) 6% γ) 4% δ) 2%

Λύση

$$3057{,}84 * a_{\overline{20}|} = 50.000 \Rightarrow a_{\overline{20}|} = \frac{50.000}{3057{,}84} = 16{,}35$$

Με βάση τους πίνακες $a_{\overline{20}|} = 16{,}35$ άρα i=2%

Το 2% είναι το επιτόκιο του τριμήνου άρα το αντίστοιχο ετήσιο επιτόκιο μετατρέψιμο 4 φορές ετησίως (ανά τρίμηνο) είναι 8%

---

543. Ο τόκος που αντιστοιχεί σε ένα ποσό L για ένα χρόνο, αν πληρωθεί στο τέλος του χρόνου είναι 110 €. Ο τόκος που αντιστοιχεί στο πόσο L για ένα χρόνο αν πληρωθεί στην αρχή του χρόνου είναι 100€. Να βρεθεί το L.

α) 10.000 € β) 11.000 € γ) 1.000 € δ) 1.100 €

Λύση

$L * i = 110$ *και* $L * \frac{i}{1+i} = 100$

Εάν διαιρέσουμε κατά μέλη έχουμε

$$\frac{L * i}{L * \frac{i}{1+i}} = \frac{110}{100} \Rightarrow 1 + i = 1{,}10 \Rightarrow i = 10\%$$

Άρα το κεφάλαιο $L = \frac{110}{10\%} \Rightarrow L = 1.100$

---

544. Ο τόκος που αντιστοιχεί σε ένα ποσό L για ένα χρόνο, αν πληρωθεί στο τέλος του χρόνου είναι 324€. Ο τόκος που αντιστοιχεί στο πόσο L για ένα χρόνο αν πληρωθεί στην αρχή του χρόνου είναι 300€. Να βρεθεί το L.

α) 10% β) 8% γ) 6% δ) 4%

Λύση

$L * i = 324$ και $L\frac{i}{1+i} = 300$

Εάν διαιρέσουμε κατά μέλη έχουμε $\frac{Li}{\frac{Li}{1+i}} = \frac{324}{300} \Rightarrow 1 + i = 1{,}08 \Rightarrow i = 8\%$

---

545. Να βρεθεί η παρούσα αξία μιας σειράς ετησίων πληρωμών ύψους 500 € όπου η πρώτη πληρωμή θα καταβληθεί σε ένα έτος από σήμερα και στη συνέχεια θα καταβάλλονται επ' άπειρον. Το ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο είναι i=5%

α) 1.000 € β) 10.000 € γ) 100.000 € δ) 1.000.000 €

Λύση

$$500a_{\overline{\infty}|5\%} = 500\frac{1}{0{,}05} = 500 * 20 = 10.000$$

---

546. Να βρεθεί η παρούσα αξία μιας σειράς ετησίων πληρωμών ύψους 2.000 € όπου η πρώτη πληρωμή θα καταβληθεί σε τρία (3) έτη από σήμερα και στη συνέχεια θα καταβάλλονται επ' άπειρον. Το ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο είναι i=2%

α) 93.120 € β) 94.120 € γ) 95.120 € δ) 96.120 €

Λύση

$$200v^2 a_{\overline{\infty}|} = 2.000 * 0{,}9612 * \frac{1}{0{,}02} = 96.120$$

---

547. Να βρεθεί η παρούσα αξία μιας σειράς ετησίων πληρωμών όπου η πρώτη πληρωμή ίση με 2.020 € θα καταβληθεί σε ένα έτος από σήμερα και στη συνέχεια θα καταβάλλονται οι πληρωμές επ' άπειρον προσαυξημένες γεωμετρικά κατά 1%. Το ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο είναι i=5,04 %.

α) 50.000 € β) 50.000.000 € γ) 2.020.000 € δ) 2.020.000.000 €

Λύση

$$\Pi.A. = 2.000\frac{1{,}01}{1{,}0504} + 2.000\frac{1{,}01^2}{1{,}0504^2} + ... = 2.000\alpha_{\overline{\infty}|}$$

Όπου $i = \frac{1{,}0504}{1{,}01} - 1 \Rightarrow \quad i = 4\%$

Άρα Παρούσα Αξία=$2.000\frac{1}{0{,}04} = 2.000 * 25 = 50.000$

---

548. Να βρεθεί η συσσωρευμένη αξία στο τέλος των δέκα ετών μιας σειράς δέκα ετησίων πληρωμών ύψους 1.000 € όπου η πρώτη πληρωμή θα καταβληθεί σε ένα έτος από σήμερα. Το ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο είναι i=3%

α) 11.247 € β) 11.347 € γ) 11.447 € δ) 11.547 €

Λύση

$$1.000 s_{\overline{10|}} = 1.000 a_{\overline{10|}} (1+i)^{10} = 1.000 a_{\overline{10|}} \frac{1}{v^{10}}$$

Για i=3% έχουμε ότι η συσσωρευμένη αξία είναι ίση με

$$1.000 * 8{,}52 * \frac{1}{0{,}7443} = 11.447$$

---

549. Να βρεθεί η συσσωρευμένη αξία στο τέλος των τριάντα ετών μιας σειράς δεκαπέντε πληρωμών ύψους 2.000 € όπου θα καταβάλλονται ανά διετία και η πρώτη πληρωμή θα καταβληθεί σε δύο έτη από σήμερα. Το ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο είναι i=1,98%.

α) 36.115 € β) 38.115 € γ) 40.115 € δ) 42.115 €

Λύση
Το αποτελεσματικό επιτόκιο της 2-ετίας είναι j όπου

$$1 + j = 1{,}0198^2 \Rightarrow j = 4\%$$

$$\Sigma \upsilon \sigma \omega \rho .\mathrm{A}\xi \acute{\iota} \alpha = 2.000 s_{\overline{15|}4\%} = 2.000 a_{\overline{15|}} \frac{1}{v^{15}}$$

Χρησιμοποιώντας τους πίνακες για επιτόκιο j=4% έχουμε

$$\Sigma \upsilon \sigma \sigma \omega \rho . A\xi \acute{\iota} \alpha = 2.000 * 11{,}13 * \frac{1}{0{,}5549} = 40.115$$

---

550. Να βρεθεί η παρούσα αξία μιας σειράς δέκα πληρωμών ύψους 10.000 € όπου θα καταβάλλονται ανά τριετία και η πρώτη πληρωμή θα καταβληθεί σε τρία έτη από σήμερα. Το ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο είναι i=1,64%.

α) 77.200 € β) 78.200€ γ) 80.200 € δ) 81.200 €

Λύση
Το αποτελεσματικό επιτόκιο της 3-ετίας είναι j όπου

$$1 + j = 1{,}0164^3 \Rightarrow \; j = 5\% \; \acute{\alpha}\rho\alpha$$

$$\Pi.\mathrm{A}. = 10.000 \alpha_{\overline{10|}} = 10.000 * 7{,}72 = 77.200$$

---

551. Να βρεθεί η παρούσα αξία μιας σειράς δέκα ετησίων πληρωμών ύψους 50.000 € όπου η πρώτη πληρωμή θα καταβληθεί σε πέντε έτη από σήμερα. Το ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο είναι i=5%.

α) 307.601 € β) 317.601 € γ) 327.601 € δ) 337.601 €

Λύση

$$\Pi.\mathrm{A}. = 50.000 * v^4 * a_{\overline{10|}}$$

Με βάση τους πίνακες για i=5% έχουμε τα εξής
Παρούσα Αξία=50.000*0,8228*7,72=317.601

---

552. Η συσσωρευμένη αξία στο τέλος των δέκα ετών μιας αρχικής κατάθεσης ύψους 1.000 € είναι 1.340 €. Να βρεθεί το αντίστοιχο σταθερό ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο.

α) 1% € β) 2% € γ) 3% δ) 4%

<u>Λύση</u>

$$1.000(1+i)^{10} = 1.340 \Rightarrow (1+i)^{10} = \frac{1.340}{1.000}$$

ή $v^{10} = \frac{1}{(1+i)^{10}} = \frac{1.000}{1.340} = 0{,}7463$

Από τους πίνακες προκύπτει ότι i=3%.

ΠΙΝΑΚΕΣ ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΤΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ (v^n) ΚΑΙ ΡΑΝΤΩΝ ($\alpha_{\overline{n|}}$)

i =	1%	2%	3%	4%	5%	1%	2%	3%	4%	5%
n	$v^n = 1/(1+i)^n$					$\alpha_{\overline{n\|}} = (1-v^n)/i$				
1	0,9901	0,9804	0,9709	0,9615	0,9524	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95
2	0,9803	0,9612	0,9426	0,9245	0,9071	1,97	1,94	1,91	1,89	1,86
3	0,9706	0,9423	0,9152	0,8889	0,8639	2,94	2,89	2,83	2,78	2,72
4	0,9610	0,9239	0,8886	0,8547	0,8228	3,90	3,81	3,71	3,63	3,54
5	0,9515	0,9058	0,8627	0,8218	0,7836	4,85	4,71	4,58	4,46	4,33
6	0,9421	0,8880	0,8376	0,7901	0,7463	5,79	5,60	5,41	5,25	5,07
7	0,9327	0,8706	0,8132	0,7597	0,7108	6,73	6,47	6,23	6,01	5,78
8	0,9235	0,8535	0,7896	0,7305	0,6769	7,65	7,33	7,01	6,74	6,46
9	0,9143	0,8368	0,7666	0,7023	0,6447	8,57	8,16	7,78	7,44	7,11
10	0,9053	0,8204	0,7443	0,6753	0,6140	9,47	8,98	8,52	8,12	7,72
11	0,8963	0,8043	0,7226	0,6493	0,5848	10,37	9,79	9,25	8,77	8,30
12	0,8875	0,7886	0,7016	0,6243	0,5570	11,25	10,57	9,95	9,39	8,86
13	0,8787	0,7731	0,6812	0,6003	0,5305	12,13	11,35	10,63	9,99	9,39
14	0,8700	0,7580	0,6614	0,5772	0,5052	13,00	12,10	11,29	10,57	9,90
15	0,8614	0,7431	0,6421	0,5549	0,4812	13,86	12,85	11,93	11,13	10,38
16	0,8528	0,7285	0,6234	0,5336	0,4583	14,72	13,58	12,55	11,66	10,83
17	0,8444	0,7143	0,6053	0,5130	0,4364	15,56	14,29	13,16	12,18	11,27
18	0,8360	0,7003	0,5877	0,4933	0,4157	16,40	14,99	13,74	12,67	11,69
19	0,8278	0,6865	0,5706	0,4743	0,3959	17,22	15,68	14,31	13,14	12,08
20	0,8196	0,6731	0,5540	0,4560	0,3770	18,04	16,35	14,87	13,60	12,46
21	0,8114	0,6599	0,5379	0,4385	0,3591	18,86	17,01	15,40	14,04	12,82
22	0,8034	0,6470	0,5222	0,4216	0,3420	19,66	17,65	15,93	14,46	13,16
23	0,7955	0,6343	0,5070	0,4054	0,3257	20,45	18,29	16,43	14,87	13,49
24	0,7876	0,6218	0,4923	0,3897	0,3102	21,24	18,91	16,92	15,26	13,80
25	0,7798	0,6097	0,4779	0,3747	0,2955	22,02	19,52	17,40	15,63	14,09
26	0,7721	0,5977	0,4640	0,3603	0,2814	22,79	20,12	17,87	15,99	14,37
27	0,7644	0,5860	0,4505	0,3464	0,2680	23,56	20,70	18,32	16,34	14,64
28	0,7569	0,5745	0,4374	0,3331	0,2552	24,31	21,28	18,75	16,67	14,90
29	0,7494	0,5632	0,4247	0,3203	0,2431	25,06	21,84	19,18	16,99	15,14
30	0,7419	0,5522	0,4123	0,3079	0,2315	25,81	22,39	19,59	17,30	15,37
31	0,7346	0,5414	0,4003	0,2961	0,2205	26,54	22,93	19,99	17,60	15,59
32	0,7273	0,5308	0,3887	0,2847	0,2100	27,27	23,46	20,38	17,88	15,80
33	0,7201	0,5204	0,3774	0,2737	0,2000	27,99	23,98	20,75	18,16	16,00
34	0,7130	0,5102	0,3664	0,2632	0,1905	28,70	24,49	21,12	18,42	16,19
35	0,7059	0,5002	0,3557	0,2531	0,1814	29,41	24,99	21,48	18,67	16,37
36	0,6990	0,4904	0,3454	0,2433	0,1728	30,10	25,48	21,82	18,92	16,54
37	0,6920	0,4808	0,3353	0,2340	0,1646	30,80	25,96	22,16	19,15	16,71
38	0,6852	0,4713	0,3256	0,2249	0,1567	31,48	26,44	22,48	19,38	16,87
39	0,6784	0,4621	0,3161	0,2163	0,1493	32,16	26,90	22,80	19,59	17,01
40	0,6717	0,4530	0,3069	0,2080	0,1422	32,83	27,35	23,10	19,80	17,16
41	0,6650	0,4442	0,2980	0,1999	0,1354	33,50	27,79	23,40	20,00	17,29
42	0,6584	0,4355	0,2893	0,1923	0,1289	34,16	28,23	23,69	20,19	17,42
43	0,6519	0,4269	0,2809	0,1848	0,1228	34,81	28,66	23,97	20,38	17,54
44	0,6455	0,4185	0,2727	0,1777	0,1170	35,45	29,08	24,24	20,56	17,66
45	0,6391	0,4103	0,2648	0,1709	0,1114	36,09	29,49	24,51	20,73	17,77
46	0,6328	0,4023	0,2571	0,1643	0,1061	36,72	29,89	24,76	20,89	17,88
47	0,6265	0,3944	0,2496	0,1580	0,1010	37,35	30,28	25,01	21,05	17,98
48	0,6203	0,3867	0,2423	0,1519	0,0962	37,97	30,67	25,26	21,20	18,08
49	0,6141	0,3791	0,2353	0,1461	0,0917	38,59	31,05	25,49	21,35	18,17
50	0,6081	0,3717	0,2284	0,1404	0,0873	39,19	31,42	25,72	21,49	18,25

ΠΙΝΑΚΕΣ ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΤΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ (v^n) ΚΑΙ ΡΑΝΤΩΝ ($\alpha_{\overline{n}|}$)										
i =	**6%**	**7%**	**8%**	**9%**	**10%**	**6%**	**7%**	**8%**	**9%**	**10%**
n	$v^n = 1/(1+i)^n$					$\alpha_{\overline{n}|} = (1-v^n)/i$				
1	0,9434	0,9346	0,9259	0,9174	0,9091	0,94	0,93	0,93	0,92	0,91
2	0,8900	0,8735	0,8573	0,8416	0,8265	1,83	1,81	1,78	1,76	1,74
3	0,8396	0,8164	0,7938	0,7721	0,7513	2,67	2,62	2,58	2,53	2,49
4	0,7921	0,7630	0,7349	0,7083	0,6830	3,47	3,39	3,31	3,24	3,17
5	0,7473	0,7131	0,6805	0,6498	0,6210	4,21	4,10	3,99	3,89	3,79
6	0,7050	0,6664	0,6301	0,5961	0,5645	4,92	4,77	4,62	4,49	4,36
7	0,6651	0,6228	0,5834	0,5469	0,5132	5,58	5,39	5,21	5,03	4,87
8	0,6274	0,5821	0,5401	0,5017	0,4665	6,21	5,97	5,75	5,54	5,34
9	0,5919	0,5440	0,5001	0,4603	0,4241	6,80	6,51	6,25	6,00	5,76
10	0,5584	0,5085	0,4631	0,4223	0,3856	7,36	7,02	6,71	6,42	6,14
11	0,5268	0,4752	0,4288	0,3874	0,3505	7,89	7,50	7,14	6,81	6,50
12	0,4970	0,4441	0,3970	0,3554	0,3187	8,38	7,94	7,54	7,16	6,81
13	0,4689	0,4151	0,3676	0,3260	0,2897	8,85	8,36	7,91	7,49	7,10
14	0,4423	0,3879	0,3403	0,2991	0,2634	9,30	8,74	8,25	7,79	7,37
15	0,4173	0,3626	0,3151	0,2744	0,2394	9,71	9,11	8,56	8,06	7,61
16	0,3937	0,3389	0,2918	0,2517	0,2177	10,11	9,44	8,85	8,31	7,82
17	0,3714	0,3167	0,2701	0,2309	0,1979	10,48	9,76	9,12	8,55	8,02
18	0,3504	0,2960	0,2501	0,2119	0,1799	10,83	10,06	9,37	8,76	8,20
19	0,3305	0,2766	0,2316	0,1944	0,1635	11,16	10,33	9,61	8,95	8,37
20	0,3118	0,2585	0,2144	0,1783	0,1487	11,47	10,59	9,82	9,13	8,51
21	0,2942	0,2416	0,1985	0,1636	0,1352	11,76	10,83	10,02	9,29	8,65
22	0,2775	0,2258	0,1838	0,1501	0,1229	12,04	11,06	10,20	9,44	8,77
23	0,2618	0,2111	0,1702	0,1377	0,1117	12,30	11,27	10,37	9,58	8,88
24	0,2470	0,1973	0,1576	0,1263	0,1015	12,55	11,47	10,53	9,71	8,99
25	0,2330	0,1844	0,1459	0,1159	0,0923	12,78	11,65	10,68	9,82	9,08
26	0,2198	0,1723	0,1351	0,1063	0,0839	13,00	11,82	10,81	9,93	9,16
27	0,2074	0,1610	0,1251	0,0975	0,0763	13,21	11,99	10,94	10,03	9,24
28	0,1957	0,1505	0,1158	0,0895	0,0694	13,41	12,14	11,05	10,12	9,31
29	0,1846	0,1407	0,1072	0,0821	0,0631	13,59	12,28	11,16	10,20	9,37
30	0,1741	0,1315	0,0993	0,0753	0,0573	13,77	12,41	11,26	10,27	9,43
31	0,1643	0,1229	0,0919	0,0691	0,0521	13,93	12,53	11,35	10,34	9,48
32	0,1550	0,1148	0,0851	0,0634	0,0474	14,08	12,65	11,44	10,41	9,53
33	0,1462	0,1073	0,0788	0,0581	0,0431	14,23	12,75	11,52	10,47	9,57
34	0,1379	0,1003	0,0730	0,0533	0,0392	14,37	12,85	11,59	10,52	9,61
35	0,1301	0,0937	0,0676	0,0489	0,0356	14,50	12,95	11,66	10,57	9,64
36	0,1228	0,0876	0,0626	0,0449	0,0324	14,62	13,03	11,72	10,61	9,68
37	0,1158	0,0819	0,0579	0,0412	0,0294	14,74	13,12	11,78	10,65	9,71
38	0,1093	0,0765	0,0536	0,0378	0,0267	14,85	13,19	11,83	10,69	9,73
39	0,1031	0,0715	0,0497	0,0347	0,0243	14,95	13,26	11,88	10,73	9,76
40	0,0972	0,0668	0,0460	0,0318	0,0221	15,05	13,33	11,93	10,76	9,78
41	0,0917	0,0625	0,0426	0,0292	0,0201	15,14	13,39	11,97	10,79	9,80
42	0,0865	0,0584	0,0394	0,0268	0,0183	15,23	13,45	12,01	10,81	9,82
43	0,0816	0,0546	0,0365	0,0245	0,0166	15,31	13,51	12,04	10,84	9,83
44	0,0770	0,0510	0,0338	0,0225	0,0151	15,38	13,56	12,08	10,86	9,85
45	0,0727	0,0477	0,0313	0,0207	0,0137	15,46	13,60	12,11	10,88	9,86
46	0,0686	0,0445	0,0290	0,0190	0,0125	15,52	13,65	12,14	10,90	9,88
47	0,0647	0,0416	0,0268	0,0174	0,0113	15,59	13,69	12,17	10,92	9,89
48	0,0610	0,0389	0,0248	0,0160	0,0103	15,65	13,73	12,19	10,93	9,90
49	0,0576	0,0364	0,0230	0,0146	0,0094	15,71	13,77	12,21	10,95	9,91
50	0,0543	0,0340	0,0213	0,0134	0,0085	15,76	13,80	12,23	10,96	9,92