

**ΠΙΣΤΟΠΟΙΗΤΙΚΟ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΓΝΩΣΕΩΝ ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΩΝ
ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ ΒΑΣΙΖΟΜΕΝΩΝ ΣΕ ΑΣΦΑΛΙΣΗ
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ (12.2022)**

216. Η συσσωρευμένη αξία στο τέλος των δέκα ετών μιας αρχικής κατάθεσης ύψους 1.000 € είναι 1.340 €. Να βρεθεί το αντίστοιχο σταθερό ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο.

α) 1% € β) 2% **γ) 3%** δ) 4%

Λύση

$$1.000(1+i)^{10} = 1.340 \Rightarrow (1+i)^{10} = \frac{1.340}{1.000}$$
$$\text{ή } v^{10} = \frac{1}{(1+i)^{10}} = \frac{1.000}{1.340} = 0,7463$$

Από τους πίνακες προκύπτει ότι $i=3\%$.

285. Να βρεθεί η παρούσα αξία μιας σειράς δέκα ετησίων πληρωμών ύψους 50.000 € όπου η πρώτη πληρωμή θα καταβληθεί σε πέντε έτη από σήμερα. Το ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο είναι $i=5\%$.

α) 307.601 € **β) 317.601 €** γ) 327.601 € δ) 337.601 €

Λύση

$$Π.Α. = 50.000 * v^4 * a_{\overline{10}|i}$$

Με βάση τους πίνακες για $i=5\%$ έχουμε τα εξής

$$\text{Παρούσα Αξία} = 50.000 * 0,8228 * 7,72 = 317.601$$

506. Για μια κατάθεση 100 € με ετήσιο επιτόκιο 12% και τριμηνιαίο ανατοκισμό, η ετήσια πραγματική απόδοση είναι :

α) 12,42% **β) 12,55%** γ) 13,02% δ) 14%

Λύση

$$MA = 100(1+0,12/4)^4 = 112,5509 \quad r = (112,5509 - 100/100) = 12,55\%$$

507. Σε πόσα χρόνια η επένδυση των 300 € θα διπλασιασθεί αν το επιτόκιο επένδυσης είναι 9%;

α) 5 χρόνια **β) 8 χρόνια** γ) 21 χρόνια δ) 22 χρόνια

Λύση

$$300(1+0,09)^n = 600, \quad n=8$$

508. Η αξία μιας κατάθεσης 100 € σε δύο έτη από σήμερα, με επιτόκιο 5%, καταβολή τόκων κάθε εξάμηνο και επανατοποθέτηση αυτών, είναι:

α) 110 € β) 105 € **γ) 110,38 €** δ) 116 €

Λύση

$$MA = 100(1+0,05/2)^{2 \times 2} = 110,38$$

509. Σε πόσα χρόνια επένδυση 300 € θα γίνει 774 € αν το επιτόκιο επένδυσης είναι 9%;

α) 11 χρόνια β) 15 χρόνια γ) 20 χρόνια δ) 22 χρόνια

Λύση

$$300(1+0,09)^n = 774, \quad n=11$$

510. Ένας επενδυτής τοποθετεί το κεφάλαιό του 1.000 € σε μια τράπεζα με ετήσιο επιτόκιο 5%. Αν το κεφάλαιό του ανατοκίζεται ετησίως ποιο θα είναι το τελικό του κεφάλαιο (σε ευρώ) μετά από 3 χρόνια;

α) 1.576,25 € β) 1.157,62 € γ) 1.426,75 € δ) 1.212,85 €

Λύση

$$MA = 1.000 (1+0,05)^3 = 1.157,62$$

511. Επενδυτής τοποθετεί 10.000 € σε λογαριασμό με ετήσιο επιτόκιο 4,75%. Υπολογίστε τον τόκο που θα εισπράξει ο επενδυτής αν αποσύρει τα χρήματά του από τον λογαριασμό μετά από δύο μήνες (χρησιμοποιήστε 360 ημέρες τον χρόνο και 30 ημέρες τον μήνα):

α) 65,20 € β) 79,17 € γ) 82,13 € δ) 60,15 €

Λύση

$$\text{Τόκος} = 10.000 * 0,0475 * 60 / 360 = 79,17$$

513. Ποια είναι η παρούσα αξία 1 δις € που καταβάλλονται κάθε χρόνο, αιωνίως, αν εκτιμήσετε το διηνεκές προεξοφλητικό επιτόκιο στο 10%;

α) 1 δισεκ. €. β) 10 δισεκ. €. γ) 100 δισεκ. €. δ) 110 δισεκ. €.

Λύση

$$ΠΑ = 1 \text{ δισεκ.} / 0,1 = 10 \text{ δισεκ.}$$

514. Ποια είναι η παρούσα αξία ποσού 1 δις € που καταβάλλονται στο τέλος κάθε έτους στο διηνεκές, με βάση την παραδοχή ότι ο ετήσιος συντελεστής απόδοσης είναι 10% και ο σταθερός ρυθμός αύξησης του ποσού είναι 4%;

α) 16,667 δισεκ. €. β) 15 δισεκ. €. γ) 1 δισεκ. €. δ) 5 δισεκ. €.

Λύση

$$ΠΑ = 1 \text{ δισεκ.} / (0,1 - 0,04) = 16,667 \text{ δισεκ.}$$

515. Ποια είναι η μελλοντική αξία 20.000 € που καταβάλλονται στο τέλος καθενός από τα επόμενα 5 έτη, με βάση την παραδοχή ότι η επένδυσή σας έχει απόδοση 8% ετησίως;

α) 115.332 € β) 117.332 € γ) 110.332 €
δ) 112.331 €

Λύση

$$ΜΑ = 20.000 * \{[(1+0,08)^5 - 1]/0,08\} = 117.332$$

516. Ένα 20ετές στεγαστικό δάνειο προσφέρεται με ετήσιο επιτόκιο 7,2% και οι όροι της αποπληρωμής του είναι ισόποσες μηνιαίες τοκοχρεωλυτικές δόσεις. Ποια είναι η δόση που πρέπει να πληρώνει ένας δανειολήπτης που έλαβε δάνειο 100.000 €;

α) 533,76€ β) 680,75€ γ) 787,35€ δ) 780,75€

Λύση

$$100.000 \Delta * \{[1 - (1+0,072/12)^{-(20*12)}]/(0,072/12)\} , \Delta = 787,35$$

517. Η επένδυση Α υπόσχεται απόδοση 85 € σε 1 έτος από σήμερα, 125 € σε 2 έτη από σήμερα και 150 € σε 3 έτη από σήμερα. Εάν το απαιτούμενο ποσοστό απόδοσης της επένδυσης είναι 11,5%, το οποίο κεφαλαιοποιείται ετησίως, ποια είναι η αξία της επένδυσης σήμερα;

α) 315 € β) 375 € γ) 235 € δ) 285 €

Λύση

$$ΠΑ = 85/(1+0,115) + 125/(1+0,115)^2 + 150/(1+0,115)^3 = 285$$

518. Το ενεργητικό ενός αμοιβαίου κεφαλαίου είναι 63.000.000 € και τα υπάρχοντα μερίδια είναι 21.000.000. Εάν η προμήθεια διάθεσης είναι 2%, ποια είναι η τιμή διάθεσης;

α) 3,06 € β) 2,94 € γ) 2,10 € δ) 3,10 €

Λύση

$$(Ενεργητικό αμοιβαίου κεφαλαίου / αριθμό μεριδίων) \times \text{προμήθεια διάθεσης} = \\ (63.000.000 \text{ €} / 21.000.000) \times 1,02 = 3,06 \text{ €}$$

519. Ένας επενδυτής κατέθεσε 10.000 € για την αγορά μεριδίων του αμοιβαίου κεφαλαίου "ΑΒΓ". Αν η καθαρή τιμή είναι 5 €, η προμήθεια διάθεσης 2% και η προμήθεια εξαγοράς 1%, πόσα μερίδια απέκτησε;

α) 2.000 β) 2.020,20 γ) 2.040,82 **δ) 1.960,78**

Λύση

(Ποσό επένδυσης / καθαρή τιμή μεριδίου * προμήθεια διάθεσης) =
(10.000 / 5 * 1,02) = 1.960,78

520. Ένα fund of funds επενδύει σε 3 αμοιβαία κεφάλαια: Α/Κ "Α" κατά 20%, Α/Κ "Β" κατά 10% και Α/Κ "Γ" κατά 70%. Οι αποδόσεις των αμοιβαίων κεφαλαίων είναι αντίστοιχα 4,5%, -2,0% και 3,0%. Η συνολική απόδοση του fund of funds είναι:

α) 1,00% β) 1,25% **γ) 2,80%** δ) 3,20%

Λύση

$20\% * 4,5\% + 10\% * (-2\%) + 70\% * 3\% = 2,80\%$

521. Επένδυση ύψους 1.000 € με επιτόκιο 5% ετησίως στο τέλος του έτους έχει διαμορφωθεί στα 1.050 €. Αν ο πληθωρισμός του ίδιου έτους είναι 7%, ποια η αγοραστική αξία του τελικού ποσού;

α) 990€ **β) 980€** γ) 1.050€ δ) 1.000€

Λύση

$1.000 * (1 + 5\% - 7\%) = 1.000 * (1 + 0,05 - 0,07) = 1.000 * 98\% = 980$

522. Διετές ομόλογο μηδενικού τοκομεριδίου ονομαστικής αξίας 1.000 € εκδίδεται σήμερα στην τιμή των 800 €. Η ετησιοποιημένη απόδοση της επένδυσης είναι:

α) 25,00% **β) 11,80%** γ) 20,50% δ) 15,20%

Λύση

$800 = 1.000 / (1+r)^2 \Rightarrow r = 11,80\%$

523. Ένα ομόλογο του Ελληνικού Δημοσίου 1.000 € ονομαστικής αξίας βρίσκεται σε διαπραγμάτευση στα 1.000 €. Το ΟΕΔ λήγει σε 8 χρόνια και έχει ετήσια απόδοση τοκομεριδίου ίση με 6%. Ποια είναι η απόδοση του ΟΕΔ στη λήξη (YTM);

α) 5,85% **β) 6%** γ) 8% δ) 10%

Λύση

Αφού ονομαστική αξία = τιμή διαπραγμάτευσης, τότε YTM = απόδοση τοκομεριδίου

524. Η ονομαστική αξία της ομολογίας είναι 1.000 €, το ονομαστικό επιτόκιο 6% και η ομολογία γίνεται αντικείμενο διαπραγμάτευσης στα 950 €. Η τρέχουσα απόδοση της ομολογίας είναι ...

α) 5% β) 6% γ) 6,32% δ) 7%

Λύση

Τρέχουσα απόδοση = $60/950 = 6,32\%$

525. Μια ομολογία μηδενικού τοκομεριδίου ονομαστικής αξίας 10.000 € έχει ετήσια απαιτούμενη απόδοση 4% και λήγει σε 3 μήνες. Ποια είναι η μεγαλύτερη τιμή που ο πελάτης θα ήταν διατεθειμένος να πληρώσει για να την αποκτήσει;

α) 9.901 € β) 9.019 € γ) 9.109 € δ) 9.991 €

Λύση

ΠΑ = $10.000 / (1 + 0,04 \cdot 90/360) = 9.901$

526. Έντοκο γραμμάτιο του Ελληνικού Δημοσίου διάρκειας 52 εβδομάδων έχει επιτόκιο 5%. Ποια είναι η τιμή διάθεσης;

α) 101,10 € β) 105,20 € γ) 95,24 € δ) 89,88 €

Λύση

$100/1,05 = 95,24$

527. Μια επιχείρηση εκδίδει ομολογία ονομαστικής αξίας 1.000 € με ετήσιο τοκομερίδιο 10% (επιτόκιο έκδοσης), η καταβολή γίνεται δύο φορές το χρόνο, το επιτόκιο της αγοράς είναι 8%. Η ομολογία έχει 3 χρόνια μέχρι τη λήξη της. Ποια η τιμή της ομολογίας σήμερα, η τιμή της μετά την πληρωμή του πρώτου τοκομεριδίου και η πραγματοποιηθείσα εξαμηνιαία απόδοση της ομολογίας;

α) 1.022,41 / 1.024,49 / 4% β) 1.000 / 1.080 / 2%
γ) 1.052,41 / 1.044,49 / 2% δ) 1.052,41 / 1.044,49 / 4%

Λύση

- $ΠΑ = 50 / (1 + 0,04) + 50 / (1 + 0,04)^2 + 50 / (1 + 0,04)^3 + 50 / (1 + 0,04)^4 + 50 / (1 + 0,04)^5 + 1.050 / (1 + 0,04)^6 = 1.052,41$
 - $ΠΑ = 50 / (1 + 0,04) + 50 / (1 + 0,04)^2 + 50 / (1 + 0,04)^3 + 50 / (1 + 0,04)^4 + 1.050 / (1 + 0,04)^5 = 1.044,49$
 - Πραγματοποιηθείσα 6-μηνιαία απόδοση = $[1.044,49 - 1.052,41] / 1.052,41 = 4\%$
-

528. Ένα έντοκο γραμμάτιο του Ελληνικού Δημοσίου (ΕΓΕΔ) ονομαστικής αξίας 100 €, 3μηνιας διάρκειας με επιτόκιο 4,5% σε ποια τιμή πωλείται στους επενδυτές;

α) 78,50€ β) 99,00€ γ) 98,89€ δ) 100,88€

Λύση

$100 / (1 + 4,5\%/4) = 98,89$

529. Μια διηνεκής ομολογία καταβάλλει στον κάτοχό της για πάντα σταθερό τοκομερίδιο ύψους 10 € ανά έτος χωρίς να λήγει ποτέ. Οι επενδυτές απαιτούν από ομολογίες με τα ίδια χαρακτηριστικά ετήσια απόδοση 10%. Να βρεθεί η οικονομική αξία της ομολογίας.

α) 100 β) 1.000 γ) 100.000 δ) 110.000

Λύση

$$ΠΑ = 10/0,1 = 100$$

531. Αγοράσατε μια μετοχή στην τιμή των 20 € και μετά παρέλευση τριμήνου την πωλήσατε προς 21,40 €. Ποια είναι η ετησιοποιημένη απόδοσή σας (το έτος 360 ημέρες και ο μήνας 30 ημέρες);

α) 31,08% β) 1,71% γ) 14,49% δ) 7,00%

Λύση

$$\text{Απόδοση τριμήνου} = 21,40/20 - 1 = 7\%$$

$$\text{Ετησιοποιημένη απόδοση} = (1+0,07)^4 - 1 = 31,08\%$$

532. Επενδυτής αγοράζει μία μετοχή, την οποία πουλά μετά από τέσσερα χρόνια. Η μετοχή αγοράστηκε στην τιμή των 12 € και την τέταρτη χρονιά διακράτησης διανεμήθηκε μέρισμα 0,6 € ανά μετοχή. Ποια είναι η ετησιοποιημένη απόδοση περιόδου διακράτησης εάν η μετοχή πουλήθηκε στα 15 €;

α) 13,28% β) 6,78% γ) 28,33% δ) 19,43%

Λύση

$$\{[(15+0,6)^{1/4}]/12\} - 1 = 6,78\%$$

533. Επενδυτής σχεδιάζει την αγορά κοινής μετοχής την οποία θα διακρατήσει για 1 έτος. Ο επενδυτής αναμένει να λάβει μέρισμα 1,50 € ανά μετοχή και 26 € από την πώληση της μετοχής στο τέλος του έτους. Εάν ο επενδυτής επιθυμεί την πραγματοποίηση απόδοσης 15% από την διακράτηση της μετοχής, η μέγιστη τιμή την οποία ο επενδυτής πρέπει να πληρώσει την μετοχή σήμερα είναι:

α) 22,61€ β) 23,91€ γ) 24,50€ δ) 27,50€

Λύση

$$ΠΑ = (1,50 + 26) / (1 + 0,15) = 23,91$$

534. Το τρέχον, ανά μετοχή, μέρισμα μιας εταιρείας είναι 2,00 €. Αναμένεται ότι τα μελλοντικά μερίσματα θα αυξάνονται κατά 10% κάθε έτος και για πάντα. Η αγορά απαιτεί από τις μετοχές της εταιρείας απόδοση ίση με 20%. Η τρέχουσα οικονομική αξία (τιμή) της μετοχής είναι:

α) 22,61€ β) 23,91€ γ) 22,00€ δ) 23,50€

Λύση

$$ΠΑ = 2(1 + 0,1) / (0,2 - 0,1) = 22$$

535. Να βρεθεί η συσσωρευμένη αξία στο τέλος των δέκα ετών μιας σειράς δέκα ετησίων πληρωμών ύψους 1.000 € όπου η πρώτη πληρωμή θα καταβληθεί σε ένα έτος από σήμερα. Το ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο είναι $i=3\%$

α) 11.247 € β) 11.347 € γ) 11.447 € δ) 11.547 €

Λύση

$$1.000 s_{\overline{10}|} = 1.000 a_{\overline{10}|} (1 + i)^{10} = 1.000 a_{\overline{10}|} \frac{1}{v^{10}}$$

Για $i=3\%$ έχουμε ότι η συσσωρευμένη αξία είναι ίση με

$$1.000 * 8,52 * \frac{1}{0,7443} = 11.447$$

536. Να βρεθεί η συσσωρευμένη αξία στο τέλος των τριάντα ετών μιας σειράς δεκαπέντε πληρωμών ύψους 2.000 € όπου θα καταβάλλονται ανά διετία και η πρώτη πληρωμή θα καταβληθεί σε δύο έτη από σήμερα. Το ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο είναι $i=1,98\%$.

α) 36.115 € β) 38.115 € γ) 40.115 € δ) 42.115 €

Λύση

Το αποτελεσματικό επιτόκιο της 2-ετίας είναι j όπου

$$1 + j = 1,0198^2 \Rightarrow j = 4\%$$

$$\text{Συσσώρ. Αξία} = 2.000 s_{\overline{15}|4\%} = 2.000 a_{\overline{15}|} \frac{1}{v^{15}}$$

Χρησιμοποιώντας τους πίνακες για επιτόκιο $j=4\%$ έχουμε

$$\text{Συσσώρ. Αξία} = 2.000 * 11,13 * \frac{1}{0,5549} = 40.115$$

537. Να βρεθεί η παρούσα αξία μιας σειράς δέκα πληρωμών ύψους 10.000 € όπου θα καταβάλλονται ανά τριετία και η πρώτη πληρωμή θα καταβληθεί σε τρία έτη από σήμερα. Το ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο είναι $i=1,64\%$.

α) 77.200 € β) 78.200 € γ) 80.200 € δ) 81.200 €

Λύση

Το αποτελεσματικό επιτόκιο της 3-ετίας είναι j όπου

$$1 + j = 1,0164^3 \Rightarrow j = 5\% \text{ άρα}$$

$$Π.Α. = 10.000 \alpha_{\overline{10}|} = 10.000 * 7,72 = 77.200$$

538. Η τρέχουσα ισοτιμία του δολαρίου έναντι του ευρώ είναι 1,2585 (δηλαδή €/ \$ 1,2585). Ποια είναι η τρέχουσα ισοτιμία του ευρώ έναντι του δολαρίου;

α) \$/€ 0,6879 β) \$/€ 0,7945 γ) \$/€ 1,2225 δ) \$/€ 0,9085

Λύση

$$1/1,2585 = 0,7945$$

539. Ποια θα είναι η τιμή της μετοχής Α το έτος 0, όταν το έτος 1 δίνει μέρισμα 0,50 €, το έτος 2 δίνει μέρισμα 0,40 €, το έτος 3 δίνει μέρισμα 0,60 € και από αυτό το έτος και μετά το μέρισμα θα παραμένει σταθερό. Το επιτόκιο προεξόφλησης είναι 10%.

α) 12,98€ β) 5,33€ γ) 7,02€ δ) 5,74€

Λύση

$$ΠΑ = 0,5/(1+0,1) + 0,4/(1+0,1)^2 + 0,6/(1+0,10)^3 + (0,6/0,10)*1/(1+0,10)^3 = 5,74$$

540. Επενδυτής αγοράζει τη μετοχή Α, η οποία στο χρόνο T_0 πλήρωσε μέρισμα 2 € ανά μετοχή, του οποίου ο ρυθμός αύξησης κάθε έτος αναμένεται να είναι 10%. Δοθέντος ότι ο επενδυτής απαιτεί την πραγματοποίηση απόδοσης 18%, ποια είναι η αξία της μετοχής σήμερα;

α) 25 € β) 27,50 € γ) 32,30 € δ) 24,60 €

Λύση

$$ΠΑ = 2(1+0,1)/(0,18-0,1) = 27,5$$

541. Αν η τρέχουσα ισοτιμία του δολαρίου ΗΠΑ ως προς το ευρώ είναι €/ \$ 1,2585 και της στερλίνας £/€ είναι 0,8020, η σταυροειδής ισοτιμία του δολαρίου ως προς τη στερλίνα είναι:

α) £/\$ 0,6372 β) £/\$ 1,5692 γ) £/\$ 1,3567 δ) £/\$ 1,6592

Λύση

$$1,285/0,8020 = 1,5692$$

542. Ένας επενδυτής κατέθεσε 10.000 € για την αγορά μεριδίων ενός αμοιβαίου κεφαλαίου. Η καθαρή τιμή ενός μεριδίου την ημέρα αυτή ήταν 5 €. Το κόστος διάθεσης ήταν 1% και η προμήθεια διαχείρισης είναι 2%. Πόσα μερίδια απέκτησε ο μεριδιούχος;

α) 2.000,00 μερίδια β) 1.980,20 μερίδια γ) 1.941,70 μερίδια δ) 1.920,78 μερίδια

Λύση

$$10.000/5 \cdot 1,01 = 1.980,20$$

543. Ο πελάτης Π αγόρασε ένα μερίδιο αμοιβαίου κεφαλαίου στην τιμή των 20 € και το πούλησε ένα χρόνο αργότερα αντί 27,5 €. Δεν έλαβε έσοδα από μερίσματα, δεν είχε φορολογία και προμήθειες εξαγοράς. Η υπεραξία κεφαλαίου και η απόδοση για τον πελάτη Π ήταν:

α) € 7,5 και 7,5% β) € 7,5 και 37,5% γ) € 27,5 και 27,5% δ) € 27,5 και 7,5%

Λύση

$$\text{Υπεραξία κεφαλαίου} = 27,5 - 20 = 7,5\text{€}$$

$$\text{Απόδοση} = (27,5/20) - 1 = 37,5\%$$

544. Ένα αμοιβαίο κεφάλαιο έχει επενδύσεις σε μετοχές 1.000 €, επενδύσεις σε ομόλογα 1.000 € και μετρητά 500 €. Παράλληλα έχει υποχρεώσεις προς τον θεματοφύλακα 1.000 € και λοιπές υποχρεώσεις 500 €. Ποιο είναι το καθαρό ενεργητικό του αμοιβαίου κεφαλαίου;

α) 1.000€ β) 2.500€ γ) 2.000€ δ) 3.000€

Λύση

$$1.000 + 1.000 + 500 - 1.000 - 500 = 1.000$$

545. Υπολογίστε την ισοτιμία €/§ χρησιμοποιώντας ως δεδομένες τις ισοτιμίες §/¥ = 113,51 και €/¥ = 167,75.

α) 1,46 β) 1,48 γ) 0,67 δ) 0,46

Λύση

$$167,75/113,51 = 1,4778 \approx 1,48$$

546. Εξετάζετε μια επένδυση διάρκειας τεσσάρων ετών. Για την αγορά των απαραίτητων περιουσιακών στοιχείων θα δαπανηθούν την τρέχουσα χρονική στιγμή 2.000 €. Η επένδυση θα χρηματοδοτηθεί με ίδια κεφάλαια της τάξεως των 2.000 €. Οι μέτοχοι της εταιρείας απαιτούν ετήσια απόδοση 10%. Οι αναμενόμενες καθαρές ταμειακές ροές (ΚΤΡ) θα ανέλθουν ετησίως σε 772,588 €. Η καθαρή παρούσας αξία (ΚΠΑ) της επένδυσης είναι και άρα θα την

α) € 449 / απορρίψετε β) € 449 / αποδεχτείτε
γ) - € 449 / απορρίψετε δ) € 489 / αποδεχτείτε

Λύση

$$\text{ΚΠΑ} = -2.000 + \frac{772,588}{(1+0,1)} + \frac{772,588}{(1+0,1)^2} + \frac{772,588}{(1+0,1)^3} + \frac{772,588}{(1+0,1)^4} = -2.000 + 2.449 = 449,00 \text{ €}$$

547. Να βρεθεί η παρούσα αξία μιας σειράς ετησίων πληρωμών όπου η πρώτη πληρωμή ίση με 2.020 € θα καταβληθεί σε ένα έτος από σήμερα και στη συνέχεια θα καταβάλλονται οι πληρωμές επ' άπειρον προσαυξημένες γεωμετρικά κατά 1%. Το ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο είναι $i=5,04\%$.

α) 50.000 € β) 50.000.000 € γ) 2.020.000 € δ) 2.020.000.000 €

Λύση

$$\text{Π.Α.} = 2.000 \frac{1,01}{1,0504} + 2.000 \frac{1,01^2}{1,0504^2} + \dots = 2.000 \alpha_{\infty | i}$$

$$\text{Όπου } i = \frac{1,0504}{1,01} - 1 \Rightarrow i = 4\%$$

$$\text{Άρα Παρούσα Αξία} = 2.000 \frac{1}{0,04} = 2.000 * 25 = 50.000$$

548. Εάν τα τελευταία 3 χρόνια οι αποδόσεις ενός χαρτοφυλακίου ήταν 5%, 7% και 9%, ποια είναι η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου;

α) 3,5% β) 5% γ) 7% δ) 2,3%

Λύση

$$(5\% + 7\% + 9\%) / 3 = 7\%$$

549. Εάν η καθαρή τιμή ενός αμοιβαίου κεφαλαίου σημειώσει πτώση κατά 25%, τι απόδοση πρέπει να επιτύχει το αμοιβαίο κεφάλαιο έτσι ώστε να φτάσει εκ νέου στην τιμή πριν από την πτώση;

α) 20% β) 25% γ) 50% δ) 33,3%

Λύση

$$25\% / (1-25\%) = 25\% / 75\% = 33,3\%$$

550. Αμοιβαίο κεφάλαιο έχει καθαρό ενεργητικό 3.000.000 € και 3.000.000 μερίδια. Αν η προμήθεια εξαγοράς είναι 3%, ποια είναι η τιμή εξαγοράς;

α) 0,97€ β) 1€ γ) 1,03€ δ) 1,1 €

Λύση

$$3.000.000 / 3.000.000 * (1 - 3\%) = 0,97$$

551. Αμοιβαίο κεφάλαιο έχει καθαρό ενεργητικό 3.000.000 € και 3.000.000 μερίδια. Η προμήθεια διάθεσης είναι 2% και η προμήθεια εξαγοράς είναι 3%. Επενδυτής θέλει να επενδύσει 30.000 € σε αυτό το αμοιβαίο κεφάλαιο. Πόσα μερίδια θα αγοράσει;

α) 30.927,83 μερίδια β) 29.126,21 μερίδια
γ) 30.612,24 μερίδια δ) 29.411,76 μερίδια

Λύση

$$30.000 / (3.000.000 / 3.000.000 * 1,02) = 29.411,76$$

552. Το ενεργητικό ενός αμοιβαίου κεφαλαίου είναι 63.000.000 € και τα υπάρχοντα μερίδια είναι 21.000.000. Εάν η προμήθεια εξαγοράς είναι 2%, ποια είναι η τιμή εξαγοράς;

α) 3,06€ β) 2,94€ γ) 2,10€ δ) 3,10€

Λύση

$$63.000.000 / 21.000.000 * (1 - 2\%) = 3 * 0,98 = 2,94€$$

553. Οι μετοχές Α και Β έχουν αναμενόμενη απόδοση 15%, τυπική απόκλιση 20% και $\beta = 1,2$. Οι αποδόσεις των δύο μετοχών έχουν συντελεστή συσχέτισης 0,6. Δημιουργείται ένα χαρτοφυλάκιο στο οποίο συμμετέχει κατά 50% η μετοχή Α και κατά 50% η μετοχή Β. Τι από τα παρακάτω ισχύει;

α) Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι 15%.
β) Το β του χαρτοφυλακίου είναι μικρότερο του 1,2.
γ) Η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου είναι 20%.
δ) Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι 17,5%.

Λύση

$$\text{Αναμενόμενη απόδοση χαρτοφυλακίου} = 50\% * 15\% + 50\% * 15\% = 15\%$$

554. Μια επένδυση έχει 50% πιθανότητα να πραγματοποιήσει 20% απόδοση, 25% πιθανότητα να πραγματοποιήσει 10% απόδοση και 25% πιθανότητα να πραγματοποιήσει -10% απόδοση. Ποια είναι η αναμενόμενη απόδοση της επένδυσης;

α) 10% β) 1% γ) 15% δ) 12,5%

Λύση

$$\text{Αναμενόμενη απόδοση} = 50\% * 20\% + 25\% * 10\% + 25\% * (-10\%) = 10\%$$

556. Να βρεθεί η παρούσα αξία μιας σειράς ετησίων πληρωμών ύψους 2.000 € όπου η πρώτη πληρωμή θα καταβληθεί σε τρία (3) έτη από σήμερα και στη συνέχεια θα καταβάλλονται επ' άπειρον. Το ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο είναι $i=2\%$

α) 93.120 € β) 94.120 € γ) 95.120 € **δ) 96.120 €**

Λύση

$$2000a_{\infty|0,02} = 2.000 * 0,9612 * \frac{1}{0,02} = 96.120$$

557. Έστω ότι ο Α επενδύει σε ένα χαρτοφυλάκιο αρχικής αξίας 250.000 ευρώ. Στο τέλος του 2ου έτους η αξία του χαρτοφυλακίου του ανέρχεται σε 270.000 ευρώ. Ποια είναι η ετησιοποιημένη απόδοση του χαρτοφυλακίου αν ο ανατοκισμός γίνεται ετησίως;

α) 8% β) 5,22% **γ) 3,92%** δ) 4,35%

Λύση

$$MA = PA(1+r)^2 \Rightarrow 270 = 250 (1+r)^2 \Rightarrow r = 3,92\%$$

558. Να βρεθεί η παρούσα αξία μιας σειράς ετησίων πληρωμών ύψους 500 € όπου η πρώτη πληρωμή θα καταβληθεί σε ένα έτος από σήμερα και στη συνέχεια θα καταβάλλονται επ' άπειρον. Το ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο είναι $i=5\%$

α) 1.000 € **β) 10.000 €** γ) 100.000 € δ) 1.000.000 €

Λύση

$$500a_{\infty|5\%} = 500 \frac{1}{0,05} = 500 * 20 = 10.000$$

559. Δίνονται τα παρακάτω δεδομένα:
Εταιρεία Ζ: Αριθμός μετοχών 100, τιμή/μετοχή = 35,61 € και ενός χρόνου μεταβλητότητα = 18%. Εταιρεία Ψ: Αριθμός μετοχών 50, τιμή/μετοχή = 71,15 € και ενός χρόνου μεταβλητότητα = 16%. Ο συντελεστής συσχέτισης τους είναι 40%. Υποθέστε ότι το έτος έχει 250 ημέρες και η τιμή α για την 95% VaR είναι 1,65. Η 95% VaR χαρτοφυλακίου των μετοχών των εταιριών Ζ και Ψ με τη μέθοδο διακύμανσης/συνδιακύμανσης είναι:

α) 1.671,899 € β) 1.643 € γ) 2.576 € δ) 1.761,899 €

Λύση

$$VaR_Z = 100 \times 35,61 \times 0,18 \times 1,65 = 640,98 \times 1,65 = 1057,617\text{€}$$

$$VaR_\Psi = 50 \times 71,15 \times 0,16 \times 1,65 = 569,2 \times 1,65 = 939,18\text{€}$$

$$VaR_{\chi\alpha\rho\tau} = \sqrt{(VaR_Z^2 + VaR_\Psi^2 + 2 \times \rho \times VaR_Z \times VaR_\Psi)} = 1671,89\text{€}$$

- 560.** Δίνονται τα παρακάτω δεδομένα:
 Εταιρεία Ζ: Αριθμός μετοχών 100, τιμή/μετοχή = 35,61 € και ενός χρόνου μεταβλητότητα = 18%. Εταιρεία Ψ: Αριθμός μετοχών 50, τιμή/μετοχή = 71,15 € και ενός χρόνου μεταβλητότητα = 16%. Ο συντελεστής συσχέτισης τους είναι 40%. Υποθέστε ότι το έτος έχει 250 ημέρες και η τιμή α για την 95% VaR είναι 1,65. Επιλέξτε ποιο είναι το κέρδος της διαφοροποίησης:

α) 1.996,797€ **β) 324,898€** γ) 1.671,899€ δ) 1.761,899 €.

Λύση

Το απλό άθροισμα των μεμονωμένων VaR είναι $1057,617€ + 939,18€ = 1996,797 €$.

Οπότε το κέρδος της διαφοροποίησης είναι $1996,797 € - 1671,899 € = 324,898€$

- 561.** Το χαρτοφυλάκιο ενός χρηματοπιστωτικού οργανισμού ανέρχεται στην αξία του 1 εκατ. €, και αποτελείται από δυο περιουσιακά στοιχεία Α και Β με στάθμιση 50% και 50%, αντίστοιχα. Η μεταβλητότητά τους είναι 25% για το Α και 25% για το Β, ενώ ο γραμμικός συντελεστής συσχέτισής τους ισούται με 0.5. Η Αξία σε Κίνδυνο σε % και σε (€) με πιθανότητα 95% είναι:

α) 35,61% / € 356.142,5 β) 36,56% / € 366.142,5
 γ) 34,56% / € 346.142,5 δ) 33,56% / € 336.142,5

Λύση

Η διακύμανση του χαρτοφυλακίου δίνεται από την σχέση :

$$\sigma_P^2 = w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + w_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w_A \cdot w_B \cdot \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B =$$

$$= 0,50^2 \cdot 0,25^2 + 0,50^2 \cdot 0,25^2 + 2 \cdot 0,50 \cdot 0,50 \cdot 0,25 \cdot 0,25 \cdot 0,50 = 0,046875$$

Όπου :

w_A = στάθμιση περιουσιακού στοιχείου Α.

w_B = στάθμιση περιουσιακού στοιχείου Β.

σ_A = μεταβλητότητα ή τυπική απόκλιση του περιουσιακού στοιχείου Α .

σ_B = μεταβλητότητα ή τυπική απόκλιση του περιουσιακού στοιχείου Β.

ρ_{AB} = συντελεστής συσχέτισης των περιουσιακών στοιχείων Α και Β.

Η διακύμανση είναι ένα στατιστικό μέγεθος αποτίμησης του κινδύνου.

- Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου ισούται με την τυπική απόκλισή του. Η τυπική απόκλιση προκύπτει από την τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0,046875} = 21,65\%.$$

- Η Αξία Σε Κίνδυνο σε % έχοντας ως δεδομένα την μεταβλητότητα (HV), την ληκτότητα (t) και τον συντελεστή του διαστήματος εμπιστοσύνης (CI) δίνεται από την σχέση:

$$VAR = CI \cdot HV \cdot \sqrt{t} = 1,645 \cdot 0,2165 \cdot \sqrt{1} = 35,61425\%.$$

- Η Αξία Σε Κίνδυνο σε απόλυτες τιμές (€) είναι ίση με : $1.000.000 \cdot 35,61425\% = € 356.142,5$.

- 562.** Η επιχείρηση Α εκδίδει σήμερα ομολογία μηδενικού κουπονιού (zero coupon) ονομαστικής αξίας 1.000 € με ετήσια απόδοση στη λήξη 7%. Η ομολογία θα λήξει σε 10 χρόνια από σήμερα. Η διάρκεια (duration) της ομολογίας σήμερα είναι:

α) 8,2έτη β) 8,7 έτη γ) 10 έτη δ) 8 έτη

Λύση

Στα zero coupon bonds, maturity=duration

- 563.** Η επιχείρηση Α εκδίδει σήμερα ομολογία μηδενικού κουπονιού (zero coupon) ονομαστικής αξίας 1.000 € με ετήσια απόδοση στη λήξη 7%. Η ομολογία θα λήξει σε 10 χρόνια από σήμερα. Η ποσοστιαία (κατά προσέγγιση) μεταβολή στην τιμή της ομολογίας, λαμβάνοντας υπόψη και τη διάρκεια (duration) της ομολογίας σήμερα, η οποία θα προέλθει από μία μείωση των επιτοκίων από 7% σε 6% είναι:

α) 9,35% β) 8,35% γ) -8,35% δ) -9,35%

Λύση

Η ποσοστιαία μεταβολή της τιμής μιας ομολογίας είναι κατά προσέγγιση ίση με:

$$\frac{\Delta P}{P_0} \approx \frac{-D}{(1+k_0)} \times \Delta k \times 100$$

Όπου

$\Delta P = (P_1 - P_0)$ είναι η μεταβολή στη τιμή της ομολογίας,

P_0 = η αρχική τιμή της ομολογίας

P_1 = η νέα τιμή της ομολογίας,

D = η διάρκεια της ομολογίας

k_0 = η απόδοση στη λήξη που αντιστοιχεί στο αρχικό επιτόκιο,

k_1 = το νέο επιτόκιο

$\Delta k = (k_1 - k_0)$ = η μεταβολή των επιτοκίων

$$\frac{\Delta P}{P_0} \approx \frac{-10}{(1+0,07)} \times (0,06 - 0,07) \times 100 = 9,35$$

Επομένως, η τιμή της ομολογίας θα αυξηθεί περίπου κατά **9,35%**.

564. Ανάμεσα στις μετοχές A και B με τα εξής χαρακτηριστικά απόδοσης και κινδύνου, ποια θα επιλέγατε με την χρήση του συντελεστή μεταβλητότητας;

Μετοχή	Αναμενόμενη Απόδοση	Κίνδυνος (τυπική απόκλιση)
A	20%	30%
B	30%	40%

- α) Την A **β) Την B** γ) Και τις δύο μετοχές
δ) Δεν μπορεί να εξαχθεί ασφαλές συμπέρασμα.

Λύση

$\Sigma M = \text{τυπική απόκλιση} / \text{Αναμενόμενη Απόδοση}$
Η B έχει τον μικρότερο ΣΜ

565. Ποιος είναι ο αριθμητικός μέσος όρος ενός δείγματος ετησίων αποδόσεων μιας μετοχής, της οποίας οι αποδόσεις ήταν ανά έτος 1%, 2%, 6% και -7%;

- α) 5,33% β) 0,67% **γ) 0,5%** δ) 4%

Λύση

$A.M.O. = (1\% + 2\% + 6\% - 7\%) / 4$

574. Τα μερίδια στον αποταμιευτικό λογαριασμό ασφαλισμένου (ΑΛΑ) σε unit-linked ασφαλιστήριο συμβόλαιο ανέρχονται σε 112,50. Η τιμή διάθεσης του μεριδίου ανέρχεται σε 132 € και είναι 10% υψηλότερη της καθαρής τιμής του μεριδίου. Ποιο το ασφάλιστρο που θα χρεώσει η ασφαλιστική επιχείρηση για την ασφάλιση θανάτου εφόσον το ασφαλισμένο κεφάλαιο θανάτου ορίζεται ως το μέγιστο ποσό μεταξύ της αξίας του ΑΛΑ και σταθερού ποσού 15.000€ ; Το ασφάλιστρο θανάτου υπολογίζεται με ποσοστό 10‰ επί του κεφαλαίου κινδύνου.

- α) 15€** β) 16,35€ γ) 150€ δ) 163,50€

Λύση

Κεφάλαιο κινδύνου = Ασφαλισμένο κεφάλαιο – Αξία εξαγοράς
Κεφάλαιο κινδύνου = 15.000 - Αξία εξαγοράς
Αξία εξαγοράς = (αριθμός μεριδίων) * (καθαρή τιμή μεριδίου)
Αξία εξαγοράς = 112,50 * (132/1,1) = 13.500
Κεφάλαιο κινδύνου = 15.000 – 13.500 = 1.500
Ασφάλιστρο θανάτου = 10‰ * (κεφάλαιο κινδύνου) = 10‰ * 1.500 = 15€.

591. Μια ομολογία με ονομαστική αξία 1.000 €, με λήξη (εξαγορά στο άρτιο) μετά πέντε (5) χρόνια χωρίς κουπόνια αγοράστηκε ώστε να αποδίδει στον κάτοχο της 4% ετησίως. Να βρεθεί η τιμή της.

- α) 812 € **β) 822 €** γ) 832 € δ) 842 €

Λύση

$$P = 1.000 * v^5$$

Για από τους πίνακες έχουμε $P = 1.000 * 0,8218 = 822$

592. Η τιμή μια ομολογίας με ονομαστική αξία 1.000 €, με λήξη (εξαγορά στο άρτιο) μετά είκοσι (20) χρόνια, χωρίς κουπόνια είναι 377 €. Να βρεθεί η σταθερή ετήσια απόδοση της ομολογίας στη λήξη.

α) 2% β) 3% γ) 4% **δ) 5%**

Λύση

$$377 = 1.000 * v^{20} \Rightarrow v^{20} = \frac{377}{1.000} = 0,377$$

Από τους πίνακες προκύπτει $i=5\%$

593. Μια ομολογία με ονομαστική αξία 1.000 €, με λήξη (εξαγορά στο άρτιο) δύο (2) χρόνια μετά και με εξαμηνιαία κουπόνια 4% αγοράστηκε ώστε να αποδίδει στον κάτοχο της 6% ετησίως “μετατρέψιμο” 2 φορές το χρόνο. Να βρεθεί η τιμή της.

α) 1.033 € β) 1.035 € **γ) 1.037 €** δ) 1.039 €

Λύση

$$P = 40 * a_{\overline{4}|} + 1.000 * v^4$$

Από τους πίνακες για $i=3\%$ έχουμε

$$P = 40 * 3,71 + 1.000 * 0,8886 = 1.037$$

594. Μία ομολογία, διάρκειας 10 ετών, δεν πληρώνει κουπόνι για τα πρώτα 2 χρόνια αλλά στη συνέχεια πληρώνει κουπόνι κάθε χρόνο με 8% ετήσιο επιτόκιο. Να βρεθεί η τιμή της ομολογίας για 1.000 € ονομαστική αξία (με άρτια αξία εξαγοράς) εάν ο κάτοχός της θέλει να κερδίσει απ’ αυτή απόδοση 5%.

α) 1.083 € β) 1.073 € γ) 1.063 € δ) 1.053 €

Λύση

$$P = 80 * a_{\overline{8}|} * v^2 + 1.000 v^{10}$$

Από τους πίνακες για $i=5\%$ έχουμε

$$P = 80 * 6,46 * 0,9071 + 1.000 * 0,6140 = 1.082,79$$

595. Δάνειο με κεφάλαιο 10.000 € και ετήσιο επιτόκιο 3% εξοφλείται με δέκα ετήσιες ληξιπρόθεσμες δόσεις. Κάθε μία από τις τελευταίες πέντε δόσεις είναι διπλάσια από κάθε μία από τις πρώτες πέντε. Ποιο είναι το ποσό της πρώτης δόσης;

α) 601 € β) 701 € **γ) 801 €** δ) 901 €

Λύση

$$10.000 = R * a_{\overline{5}|} + 2Rv^5 a_{\overline{5}|} \Rightarrow R = \frac{10.000}{(1+2v^5)a_{\overline{5}|}} \Rightarrow R = \frac{10.000}{(1+2*0,8627)*4,58} = 801$$

596. Ένα άτομο δανείζεται ποσό ίσο με 50.000 € και διαθέτει 5.000 € ετησίως για την αποπληρωμή του. Θεωρώντας ετήσιο επιτόκιο $i=5\%$, ποια είναι η περίοδος αποπληρωμής (σε ακέραια έτη);

α) 13 β) 15 γ) 17 δ) 19

Λύση

$$50.000 = 5.000 a_{\overline{n}|5\%} \Rightarrow a_{\overline{n}|5\%} = 10$$

Από τους πίνακες προκύπτει ότι το (n) είναι κάπου μεταξύ 14 και 15. Άρα $n=15$

597. Εάν αρχικό κεφάλαιο 1.000 € τετραπλασιάζεται σε 15 χρόνια με ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο (effective rate) i , η συσσωρευμένη αξία αρχικού κεφαλαίου 1.000 €, θεωρώντας το ίδιο επιτόκιο μετά από 30 χρόνια, θα είναι:

α) 60.000€ β) 16.000 € γ) 8.000 € δ) 4.000 €

Λύση

$$1.000(1+i)^{15} = 4 * 1.000 \Rightarrow (1+i)^{15} = 4$$

$$(1+i)^{30} = [(1+i)^{15}]^2 = (4)^2 = 16$$

$$\text{Άρα συσσωρευμένη αξία} = 1.000(1+i)^{30} = 1.000 * 16 = 16.000$$

598. Εάν αρχικό κεφάλαιο 1.000 € διπλασιάζεται σε 10 χρόνια με ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο (effective rate) i , η συσσωρευμένη αξία αρχικού κεφαλαίου 10.000 €, θεωρώντας το ίδιο επιτόκιο μετά από 30 χρόνια, θα είναι:

α) 300.000 € β) 100.000 € γ) 80.000 € δ) 60.000 €

Λύση

$$1.000(1+i)^{10} = 2 * 1.000 \Rightarrow (1+i)^{10} = 2$$

$$(1+i)^{30} = [(1+i)^{10}]^3 = (2)^3 = 8$$

$$\text{Άρα συσσωρευμένη αξία} = 10.000(1+i)^{30} = 10.000 * 8 = 80.000$$

599. Η συσσωρευμένη αξία αρχικού κεφαλαίου 10.000 €, μετά από 20 χρόνια με ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο (effective rate) i , είναι 90.000 €. Η συσσωρευμένη αξία αρχικού κεφαλαίου 5.000 €, θεωρώντας το ίδιο επιτόκιο μετά από 10 χρόνια, θα είναι:

α) 15.000 € β) 45.000 € γ) 50.000 € δ) 90.000 €

Λύση

$$10.000(1+i)^{20} = 90.000 \Rightarrow (1+i)^{20} = 9$$

$$(1+i)^{10} = \sqrt{(1+i)^{20}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\text{Άρα συσσωρευμένη αξία} = 5.000(1+i)^{10} = 5.000 * 3 = 15.000$$

600. Δύο πληρωμές των 100 € η κάθε μία στους χρόνους $t=10$ και $t=50$ πρόκειται να αντικατασταθούν από μία μόνο πληρωμή των 200 €. Εάν το ετήσιο επιτόκιο είναι $i=1\%$, ποια είναι η κατάλληλη χρονική στιγμή t για την πληρωμή του συνόλου των 200 €;

α) $t=28$ β) $t=29$ γ) $t=30$ δ) $t=31$

Λύση

$$100 v^{10} + 100 v^{50} = 200 v^t \Rightarrow v^t = \frac{v^{10} + v^{50}}{2}$$

Για $i=1\%$ έχουμε $v^{10} = 0,9053$, $v^{50} = 0,6081$

$$\text{Άρα } v^t = \frac{0,9053 + 0,6081}{2} = 0,7567$$

Με βάση τους πίνακες των επιτοκίων $i=1\%$

$$\text{εφόσον } v^t = 0,7567 \Rightarrow t \cong 28$$

601. Τρεις πληρωμές των 1.000 € η κάθε μία στους χρόνους $t=9$, $t=19$ και $t=49$ πρόκειται να αντικατασταθούν από μία μόνο πληρωμή των 3.000 €. Εάν το ετήσιο επιτόκιο είναι $i=2\%$, ποια είναι η κατάλληλη χρονική στιγμή t για την πληρωμή του συνόλου των 3.000 €;

α) $t=20$ β) $t=23$ γ) $t=26$ δ) $t=29$

Λύση

$$v^9 + 1.000 v^{19} + 1.000 v^{49} = 3.000 v^t$$

$$\Rightarrow v^t = \frac{v^9 + v^{19} + v^{49}}{3}$$

Για $i = 2\%$ έχουμε $v^9 = 0,8368$, $v^{19} = 0,6865$, $v^{49} = 0,3791$

$$\text{Άρα } v^t = \frac{0,8368 + 0,6865 + 0,3791}{3} = 0,6340$$

Με βάση τους πίνακες του επιτοκίου $i=2\%$

$$\text{Εφόσον } v^t = 0,6341 \Rightarrow t \cong 23$$

602. Για να αποσύρει κάποιος από μία τράπεζα 2.000 € στο τέλος του 5ου χρόνου και 3.000 € στο τέλος του 10ου χρόνου, πρέπει να καταθέσει X € στο τέλος του 3ου χρόνου και 2X € στο τέλος του 6ου χρόνου. Εάν το ετήσιο επιτόκιο είναι $i=5\%$, τότε το X ισούται με:

α) 1.447 € β) 1.437 € γ) 1.427 € δ) 1.417 €

Λύση

$$2.000 v^5 + 3.000 v^{10} = Xv^3 + 2Xv^6$$

$$\Rightarrow X = \frac{2.000 v^5 + 3.000 v^{10}}{v^3 + 2v^6}$$

Με βάση τους πίνακες για επιτόκιο $i=5\%$ έχουμε

$$X = \frac{2.000 * 0,7836 + 3.000 * 0,6140}{0,8639 + 2 * 0,7463} \Rightarrow x = 1.447$$

603. Ποιο είναι το ποσό των χρημάτων που πρέπει να κατατίθενται στο τέλος κάθε έτους ώστε να σχηματίσουν κεφάλαιο 100.000 € μετά από 10 έτη; Δίνεται ότι το ετήσιο επιτόκιο είναι 3%.

α) 8.736 € β) 8.636 € γ) 8.536 € δ) 8.436 €

Λύση

X=το ποσό των χρημάτων

$$x * a_{\overline{10}|} = 100.000 * v^{10} \Rightarrow x = \frac{100.000 * v^{10}}{a_{\overline{10}|}}$$

Για $i=3\%$ έχουμε

$$X = (100.000 * 0,7443) / 8,52 = 8.736$$

604. Μία 15-ετής σειρά πληρωμών ύψους X € ετησίως (οι πληρωμές γίνονται στο τέλος κάθε έτους) πρόκειται να αντικατασταθεί από μία σειρά πληρωμών ύψους 1.000 € ετησίως πληρωτέα για 8 χρόνια. Η πρώτη πληρωμή πρόκειται να γίνει 8 χρόνια από τώρα. Εάν το ετήσιο επιτόκιο είναι $i=3\%$, το X ισούται με:

α) 434 € β) 444 € γ) 454 € δ) 464 €

Λύση

$$x * a_{\overline{15}|} = 1.000 * v^8 * a_{\overline{8}|} \Rightarrow x = \frac{1.000 * v^8 * a_{\overline{8}|}}{a_{\overline{15}|}}$$

$$\text{Για } i=3\% \text{ έχουμε } x = \frac{1.000 * 0,7896 * 7,01}{11,93} = 464$$

605. Αρχικό κεφάλαιο 100.000 € διπλασιάζεται σε 7 (επτά) χρόνια με ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο i . Ποια η συσσωρευμένη αξία του ίδιου κεφαλαίου μετά από 21 έτη;

α) 300.000 € β) 700.000 € **γ) 800.000 €** δ) 1.000.000 €

Λύση

$$100.000(1+i)^7 = 2 * 100.000 \Rightarrow (1+i)^7 = 2$$

$$100.000(1+i)^{21} = 100.000[(1+i)^7]^3 = 100.000 * 2^3 = 800.000$$

606. Συμφωνήθηκε ότι 50.000 € πρόκειται να αντικατασταθούν από 20 ίσες πληρωμές των 3.057,84 € που θα γίνονται στο τέλος κάθε τριμήνου. Ποιο είναι το σχετικό ετήσιο ονομαστικό επιτόκιο μετατρέψιμο κάθε τρεις μήνες που αντιστοιχεί στην παραπάνω συναλλαγή;

α) 8% β) 6% γ) 4% δ) 2%

Λύση

$$3057,84 * a_{\overline{20}|} = 50.000 \Rightarrow a_{\overline{20}|} = \frac{50.000}{3057,84} = 16,35$$

Με βάση τους πίνακες $a_{\overline{20}|} = 16,35$ άρα $i=2\%$

Το 2% είναι το επιτόκιο του τριμήνου άρα το αντίστοιχο ετήσιο επιτόκιο μετατρέψιμο 4 φορές ετησίως (ανά τρίμηνο) είναι 8%.

607. Ο τόκος που αντιστοιχεί σε ένα ποσό L για έναν χρόνο, αν πληρωθεί στο τέλος του χρόνου είναι 110 €. Ο τόκος που αντιστοιχεί στο ποσό L για έναν χρόνο αν πληρωθεί στην αρχή του χρόνου είναι 100 €. Ποιο είναι το ποσό L ;

α) 10.000 € β) 11.000 € γ) 1.000 € **δ) 1.100 €**

Λύση

$$L * i = 110 \text{ και } L * \frac{i}{1+i} = 100$$

Εάν διαιρέσουμε κατά μέλη έχουμε

$$\frac{L * i}{L * \frac{i}{1+i}} = \frac{110}{100} \Rightarrow 1+i = 1,10 \Rightarrow i = 10\%$$

$$\text{Άρα το κεφάλαιο } L = \frac{110}{10\%} \Rightarrow L = 1.100$$

- 608.** Ο τόκος που αντιστοιχεί σε ένα ποσό L για έναν χρόνο, αν πληρωθεί στο τέλος του χρόνου είναι 324 €. Ο τόκος που αντιστοιχεί στο ποσό L για έναν χρόνο αν πληρωθεί στην αρχή του χρόνου είναι 300 €. Ποιο είναι το επιτόκιο i ;

α) 10% β) 8% γ) 6% δ) 4%

Λύση

$$L * i = 324 \text{ και } L \frac{i}{1+i} = 300$$

$$\text{Εάν διαιρέσουμε κατά μέλη έχουμε } \frac{\frac{Li}{1+i}}{\frac{Li}{1+i}} = \frac{324}{300} \Rightarrow 1 + i = 1,08 \Rightarrow i = 8\%$$

ΠΙΝΑΚΕΣ ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΤΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ (v^n) ΚΑΙ ΡΑΝΤΩΝ ($\alpha_{\overline{n} }$)										
i =	1%	2%	3%	4%	5%	1%	2%	3%	4%	5%
n	$v^n = 1/(1+i)^n$					$\alpha_{\overline{n} } = (1-v^n)/i$				
1	0,9901	0,9804	0,9709	0,9615	0,9524	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95
2	0,9803	0,9612	0,9426	0,9245	0,9071	1,97	1,94	1,91	1,89	1,86
3	0,9706	0,9423	0,9152	0,8889	0,8639	2,94	2,89	2,83	2,78	2,72
4	0,9610	0,9239	0,8886	0,8547	0,8228	3,90	3,81	3,71	3,63	3,54
5	0,9515	0,9058	0,8627	0,8218	0,7836	4,85	4,71	4,58	4,46	4,33
6	0,9421	0,8880	0,8376	0,7901	0,7463	5,79	5,60	5,41	5,25	5,07
7	0,9327	0,8706	0,8132	0,7597	0,7108	6,73	6,47	6,23	6,01	5,78
8	0,9235	0,8535	0,7896	0,7305	0,6769	7,65	7,33	7,01	6,74	6,46
9	0,9143	0,8368	0,7666	0,7023	0,6447	8,57	8,16	7,78	7,44	7,11
10	0,9053	0,8204	0,7443	0,6753	0,6140	9,47	8,98	8,52	8,12	7,72
11	0,8963	0,8043	0,7226	0,6493	0,5848	10,37	9,79	9,25	8,77	8,30
12	0,8875	0,7886	0,7016	0,6243	0,5570	11,25	10,57	9,95	9,39	8,86
13	0,8787	0,7731	0,6812	0,6003	0,5305	12,13	11,35	10,63	9,99	9,39
14	0,8700	0,7580	0,6614	0,5772	0,5052	13,00	12,10	11,29	10,57	9,90
15	0,8614	0,7431	0,6421	0,5549	0,4812	13,86	12,85	11,93	11,13	10,38
16	0,8528	0,7285	0,6234	0,5336	0,4583	14,72	13,58	12,55	11,66	10,83
17	0,8444	0,7143	0,6053	0,5130	0,4364	15,56	14,29	13,16	12,18	11,27
18	0,8360	0,7003	0,5877	0,4933	0,4157	16,40	14,99	13,74	12,67	11,69
19	0,8278	0,6865	0,5706	0,4743	0,3959	17,22	15,68	14,31	13,14	12,08
20	0,8196	0,6731	0,5540	0,4560	0,3770	18,04	16,35	14,87	13,60	12,46
21	0,8114	0,6599	0,5379	0,4385	0,3591	18,86	17,01	15,40	14,04	12,82
22	0,8034	0,6470	0,5222	0,4216	0,3420	19,66	17,65	15,93	14,46	13,16
23	0,7955	0,6343	0,5070	0,4054	0,3257	20,45	18,29	16,43	14,87	13,49
24	0,7876	0,6218	0,4923	0,3897	0,3102	21,24	18,91	16,92	15,26	13,80
25	0,7798	0,6097	0,4779	0,3747	0,2955	22,02	19,52	17,40	15,63	14,09
26	0,7721	0,5977	0,4640	0,3603	0,2814	22,79	20,12	17,87	15,99	14,37
27	0,7644	0,5860	0,4505	0,3464	0,2680	23,56	20,70	18,32	16,34	14,64
28	0,7569	0,5745	0,4374	0,3331	0,2552	24,31	21,28	18,75	16,67	14,90
29	0,7494	0,5632	0,4247	0,3203	0,2431	25,06	21,84	19,18	16,99	15,14
30	0,7419	0,5522	0,4123	0,3079	0,2315	25,81	22,39	19,59	17,30	15,37
31	0,7346	0,5414	0,4003	0,2961	0,2205	26,54	22,93	19,99	17,60	15,59
32	0,7273	0,5308	0,3887	0,2847	0,2100	27,27	23,46	20,38	17,88	15,80
33	0,7201	0,5204	0,3774	0,2737	0,2000	27,99	23,98	20,75	18,16	16,00
34	0,7130	0,5102	0,3664	0,2632	0,1905	28,70	24,49	21,12	18,42	16,19
35	0,7059	0,5002	0,3557	0,2531	0,1814	29,41	24,99	21,48	18,67	16,37
36	0,6990	0,4904	0,3454	0,2433	0,1728	30,10	25,48	21,82	18,92	16,54
37	0,6920	0,4808	0,3353	0,2340	0,1646	30,80	25,96	22,16	19,15	16,71
38	0,6852	0,4713	0,3256	0,2249	0,1567	31,48	26,44	22,48	19,38	16,87
39	0,6784	0,4621	0,3161	0,2163	0,1493	32,16	26,90	22,80	19,59	17,01
40	0,6717	0,4530	0,3069	0,2080	0,1422	32,83	27,35	23,10	19,80	17,16
41	0,6650	0,4442	0,2980	0,1999	0,1354	33,50	27,79	23,40	20,00	17,29
42	0,6584	0,4355	0,2893	0,1923	0,1289	34,16	28,23	23,69	20,19	17,42
43	0,6519	0,4269	0,2809	0,1848	0,1228	34,81	28,66	23,97	20,38	17,54
44	0,6455	0,4185	0,2727	0,1777	0,1170	35,45	29,08	24,24	20,56	17,66
45	0,6391	0,4103	0,2648	0,1709	0,1114	36,09	29,49	24,51	20,73	17,77
46	0,6328	0,4023	0,2571	0,1643	0,1061	36,72	29,89	24,76	20,89	17,88
47	0,6265	0,3944	0,2496	0,1580	0,1010	37,35	30,28	25,01	21,05	17,98
48	0,6203	0,3867	0,2423	0,1519	0,0962	37,97	30,67	25,26	21,20	18,08
49	0,6141	0,3791	0,2353	0,1461	0,0917	38,59	31,05	25,49	21,35	18,17
50	0,6081	0,3717	0,2284	0,1404	0,0873	39,19	31,42	25,72	21,49	18,25

ΠΙΝΑΚΕΣ ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΤΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ (v^n) ΚΑΙ ΡΑΝΤΩΝ ($\alpha_{\overline{n} i}$)										
i =	6%	7%	8%	9%	10%	6%	7%	8%	9%	10%
n	$v^n = 1/(1+i)^n$					$\alpha_{\overline{n} i} = (1-v^n)/i$				
1	0,9434	0,9346	0,9259	0,9174	0,9091	0,94	0,93	0,93	0,92	0,91
2	0,8900	0,8735	0,8573	0,8416	0,8265	1,83	1,81	1,78	1,76	1,74
3	0,8396	0,8164	0,7938	0,7721	0,7513	2,67	2,62	2,58	2,53	2,49
4	0,7921	0,7630	0,7349	0,7083	0,6830	3,47	3,39	3,31	3,24	3,17
5	0,7473	0,7131	0,6805	0,6498	0,6210	4,21	4,10	3,99	3,89	3,79
6	0,7050	0,6664	0,6301	0,5961	0,5645	4,92	4,77	4,62	4,49	4,36
7	0,6651	0,6228	0,5834	0,5469	0,5132	5,58	5,39	5,21	5,03	4,87
8	0,6274	0,5821	0,5401	0,5017	0,4665	6,21	5,97	5,75	5,54	5,34
9	0,5919	0,5440	0,5001	0,4603	0,4241	6,80	6,51	6,25	6,00	5,76
10	0,5584	0,5085	0,4631	0,4223	0,3856	7,36	7,02	6,71	6,42	6,14
11	0,5268	0,4752	0,4288	0,3874	0,3505	7,89	7,50	7,14	6,81	6,50
12	0,4970	0,4441	0,3970	0,3554	0,3187	8,38	7,94	7,54	7,16	6,81
13	0,4689	0,4151	0,3676	0,3260	0,2897	8,85	8,36	7,91	7,49	7,10
14	0,4423	0,3879	0,3403	0,2991	0,2634	9,30	8,74	8,25	7,79	7,37
15	0,4173	0,3626	0,3151	0,2744	0,2394	9,71	9,11	8,56	8,06	7,61
16	0,3937	0,3389	0,2918	0,2517	0,2177	10,11	9,44	8,85	8,31	7,82
17	0,3714	0,3167	0,2701	0,2309	0,1979	10,48	9,76	9,12	8,55	8,02
18	0,3504	0,2960	0,2501	0,2119	0,1799	10,83	10,06	9,37	8,76	8,20
19	0,3305	0,2766	0,2316	0,1944	0,1635	11,16	10,33	9,61	8,95	8,37
20	0,3118	0,2585	0,2144	0,1783	0,1487	11,47	10,59	9,82	9,13	8,51
21	0,2942	0,2416	0,1985	0,1636	0,1352	11,76	10,83	10,02	9,29	8,65
22	0,2775	0,2258	0,1838	0,1501	0,1229	12,04	11,06	10,20	9,44	8,77
23	0,2618	0,2111	0,1702	0,1377	0,1117	12,30	11,27	10,37	9,58	8,88
24	0,2470	0,1973	0,1576	0,1263	0,1015	12,55	11,47	10,53	9,71	8,99
25	0,2330	0,1844	0,1459	0,1159	0,0923	12,78	11,65	10,68	9,82	9,08
26	0,2198	0,1723	0,1351	0,1063	0,0839	13,00	11,82	10,81	9,93	9,16
27	0,2074	0,1610	0,1251	0,0975	0,0763	13,21	11,99	10,94	10,03	9,24
28	0,1957	0,1505	0,1158	0,0895	0,0694	13,41	12,14	11,05	10,12	9,31
29	0,1846	0,1407	0,1072	0,0821	0,0631	13,59	12,28	11,16	10,20	9,37
30	0,1741	0,1315	0,0993	0,0753	0,0573	13,77	12,41	11,26	10,27	9,43
31	0,1643	0,1229	0,0919	0,0691	0,0521	13,93	12,53	11,35	10,34	9,48
32	0,1550	0,1148	0,0851	0,0634	0,0474	14,08	12,65	11,44	10,41	9,53
33	0,1462	0,1073	0,0788	0,0581	0,0431	14,23	12,75	11,52	10,47	9,57
34	0,1379	0,1003	0,0730	0,0533	0,0392	14,37	12,85	11,59	10,52	9,61
35	0,1301	0,0937	0,0676	0,0489	0,0356	14,50	12,95	11,66	10,57	9,64
36	0,1228	0,0876	0,0626	0,0449	0,0324	14,62	13,03	11,72	10,61	9,68
37	0,1158	0,0819	0,0579	0,0412	0,0294	14,74	13,12	11,78	10,65	9,71
38	0,1093	0,0765	0,0536	0,0378	0,0267	14,85	13,19	11,83	10,69	9,73
39	0,1031	0,0715	0,0497	0,0347	0,0243	14,95	13,26	11,88	10,73	9,76
40	0,0972	0,0668	0,0460	0,0318	0,0221	15,05	13,33	11,93	10,76	9,78
41	0,0917	0,0625	0,0426	0,0292	0,0201	15,14	13,39	11,97	10,79	9,80
42	0,0865	0,0584	0,0394	0,0268	0,0183	15,23	13,45	12,01	10,81	9,82
43	0,0816	0,0546	0,0365	0,0245	0,0166	15,31	13,51	12,04	10,84	9,83
44	0,0770	0,0510	0,0338	0,0225	0,0151	15,38	13,56	12,08	10,86	9,85
45	0,0727	0,0477	0,0313	0,0207	0,0137	15,46	13,60	12,11	10,88	9,86
46	0,0686	0,0445	0,0290	0,0190	0,0125	15,52	13,65	12,14	10,90	9,88
47	0,0647	0,0416	0,0268	0,0174	0,0113	15,59	13,69	12,17	10,92	9,89
48	0,0610	0,0389	0,0248	0,0160	0,0103	15,65	13,73	12,19	10,93	9,90
49	0,0576	0,0364	0,0230	0,0146	0,0094	15,71	13,77	12,21	10,95	9,91
50	0,0543	0,0340	0,0213	0,0134	0,0085	15,76	13,80	12,23	10,96	9,92